

## ОТВЕТЫ

---

### ЧАСТЬ I

#### ОТДЕЛ I

16. 0; 1. 17.  $-\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{2}$ . 22.  $-1,01 < x < -0,99$ . 23.  $x \leq -8$ ;  $x \geq 12$ . 24.  $x < -\frac{1}{2}$ . 25.  $0 < x < \frac{2}{3}$ . 26.  $|x| \leq 6$ .

27.  $x > -\frac{1}{2}$ . 28.  $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ . 29.  $\frac{5 - \sqrt{30}}{10} < x < \frac{5 - \sqrt{20}}{10}$ ;  $\frac{5 + \sqrt{20}}{10} < x < \frac{5 + \sqrt{30}}{10}$ . 31. Второе.

32. Два знака. 33. Не превышает 0,41 %. 34.  $9,9102 \text{ см}^3 \leq S \leq 10,0902 \text{ см}^2$ ;  $\Delta \leq 0,0902 \text{ см}^2$ ;  $\delta \leq 0,91 \%$ . 35.  $3,93 \text{ гс/см}^3 \pm 0,27 \text{ гс/см}^3$ ;  $\delta \leq 7,3 \%$ . 36.  $\delta \leq 3,05 \%$ . 37.  $172,480 \text{ м}^3 \leq v \leq 213,642 \text{ м}^3$ ;  $v = 192,660 \text{ м}^3 \pm 20,982 \text{ м}^3$ ;  $\delta \approx 12 \%$ .

38.  $\Delta \leq 0,17 \text{ мм}$ . 39.  $\Delta < 0,0005 \text{ м}$ . 42. а)  $N \geq \frac{1}{e}$ ; б)  $N > \sqrt{\frac{2}{e}}$ .

в)  $N \geq 1 + \frac{\lg \frac{1}{e}}{\lg 2}$ ; г)  $N \geq \frac{\lg e}{\lg 0,999} \approx 2330 \lg \frac{1}{e}$ . 43. а)  $N \geq E$ ;

б)  $N \geq \left( \frac{\lg E}{\lg 2} \right)^2$ ; в)  $N \geq 10^{10}$ . 46. 0. 47. 0. 48. 0. 49.  $\frac{1}{3}$ .

50.  $\frac{1-b}{1-a}$ . 51.  $\frac{1}{2}$ . 52.  $\frac{1}{2}$ . 53.  $\frac{1}{3}$ . 54.  $\frac{4}{3}$ . 55. 3.

56. 1. 57. 2. 67. а) второе; а) первое; в) второе. 72.  $e = 2,71828 \dots$  92. Равен 1, если  $a \neq 0$  и принадлежит  $\{-1, 1\}$ , или не существует, если  $a = 0$ .

96.  $x_3 = 1 \frac{1}{8}$ . 97.  $x_{100} = -\frac{1}{20}$ . 98.  $x_{1000} = \frac{1000^{1000}}{1000!} \approx 2,49 \cdot 10^{452}$ . 99.  $x_4 = x_5 = -120$ .

100.  $x_{10} = 20$ . 101. 0; 1; 1; 1. 101. 1.  $-3 \frac{1}{2}$ ; 5; -2; 2.

102.  $-1; 1 \frac{1}{2}; 0; 1$ . 103. 0; 2; 0; 2. 104. -4; 6; -4; 6.

105.  $-\frac{1}{2}$ ; 1;  $-\frac{1}{2}$ ; 1. 106.  $-\infty$ ;  $+\infty$ ;  $-\infty$ ;  $+\infty$ .

107.  $-\infty$ ;  $-1$ ;  $-\infty$ ;  $-\infty$ . 108. 0;  $+\infty$ ; 0;  $+\infty$ . 109.  $-\infty$ ;  $+\infty$ ;  $-\infty$ ;  $+\infty$ . 110.  $-5$ ; 1,25; 0; 0. 111.  $-\frac{1}{2}$ ; 1.

112.  $-\left(e + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ;  $e + 1$ . 113. 0; 1. 114. 1; 2. 115. 0;

1. 116. 0; 1. 117. 1;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{3}$ ; . . . ; 0. 118. Все веществен-

венные числа, заключенные между 0 и 1, включая последние.

119. 1, 5. 120. а) расходится, б) может как сходиться, так и расходиться. 128. а) нельзя; б) нельзя. 129. Нет.

130. Нет. 144. а) 0; б) 0. 147.  $\ln 2$ . 148.  $\frac{1}{3}(a+2b)$ . 151.  $-\infty <$

$< x < +\infty$ ,  $x \neq -1$ . 152.  $-\infty < x \leq -\sqrt{3}$  и  $0 \leq x \leq \sqrt{3}$ .

153.  $-1 \leq x < 1$ . 154. а)  $|x| > 2$ ; б)  $x > 2$ . 155.  $4k^2\pi^2 \leq x \leq$

$\leq (2k+1)^2\pi^2$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ). 156.  $|x| \leq \sqrt{\frac{\pi}{2}}$  и

$\sqrt{\frac{\pi}{2}(4k-1)} \leq |x| \leq \sqrt{\frac{\pi}{2}(4k+1)}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ).

157.  $-\frac{1}{2k+1} < x < \frac{1}{2k}$  и  $-\frac{1}{2k+1} < x < -\frac{1}{2k+2}$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ). 158.  $x > 0$ ,  $x \neq n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ). 159.  $-\frac{1}{3} \leq$

$\leq x \leq 1$ . 160.  $|x - k\pi| \leq \frac{\pi}{6}$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ).

161.  $10^{(2k-1/2)\pi} < x < 10^{(2k+1/2)\pi}$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). 162.  $x = -1, -2, -3, \dots$  и  $x \geq 0$ . 163.  $x < 0$ ,  $x \neq -n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ).

164.  $1 < x \leq 2$ . 165.  $x = \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots$

165.1.  $x > 4$ . 165.2.  $k\pi + \frac{\pi}{4} \leq x < k\pi + \frac{\pi}{2}$  ( $k = 0, \pm 1, \dots$ ).

165.3.  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$  и  $\frac{4\pi}{3} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ . 166.  $-1 \leq x \leq 2$ ;  $0 \leq$

$\leq y \leq 1 \frac{1}{2}$ . 167.  $2k\pi + \frac{\pi}{3} < x < 2k\pi + \frac{5\pi}{3}$  ( $k = 0, \pm 1,$

$\pm 2, \dots$ );  $-\infty < y \leq \lg 3$ . 168.  $-\infty < x < +\infty$ ;  $0 \leq y \leq$

$\leq \pi$ . 169.  $1 \leq x \leq 100$ ;  $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ . 170.  $x = \frac{p}{2q+1}$ ,

где  $b$  и  $q$  — целые числа;  $y = \pm 1$ . 171.  $P = 2b + 2\left(1 - \frac{b}{h}\right)x$

$(0 < x < h)$ ;  $S = bx\left(1 - \frac{x}{h}\right)$   $(0 < x < h)$ . 172.  $a =$

$= \sqrt{100 - 96 \cos x}$   $(0 < x < \pi)$ ,  $S = 24 \sin x$   $(0 < x < \pi)$ . 173.  $S =$   
 $= \frac{h}{a-b}x^2$ , если  $0 \leq x \leq \frac{a-b}{2}$ ;  $S = h\left(x - \frac{a-b}{4}\right)$ ,

если  $\frac{a-b}{2} < x < \frac{a+b}{2}$ ;  $S = h\left[\frac{a+b}{2} - \frac{(a-x)^2}{a-b}\right]$ .

если  $\frac{a+b}{2} \leq x \leq a$ . 174.  $m(x) = 0$ , если  $-\infty < x \leq 0$ ;  $m(x) =$

$= 2x$ , если  $0 < x \leq 1$ ;  $m(x) = 2$ , если  $1 < x \leq 2$ ;  $m(x) = 3$ ,  
если  $2 < x \leq 3$ ;  $m(x) = 4$ , если  $3 < x < +\infty$ . 178.  $E_y = \{0 \leq y \leq 4\}$ .

179.  $E_y = \{1 < y < 3\}$ . 180.  $E_y = \{0 < y < 1\}$ .

181.  $E_y = \{1 \leq |y| < +\infty\}$ . 182.  $E_y = \{1 \leq y \leq 2\}$ . 183.  $a <$   
 $< y < b$  при  $a < b$  и  $b < y < a$  при  $a > b$ . 184.  $1 < y < +\infty$ .

185.  $0 > y > -\infty$  и  $+\infty > y > 1$ . 186.  $0 < y \leq \frac{1}{2}$ . 187.  $+\infty >$

$> y > -\infty$ . 188.  $0 < y < \frac{1}{2}$  и  $\frac{3}{2} \leq y < 2$ . 189. 0; 0; 0; 0;

24. 190. 0; -6; 4. 191. 1; 1; 1; 2. 192. -1; 0; 1; 2; 4.

193. 1,  $\frac{1+x}{1-x}$ ,  $\frac{-x}{2+x}$ ,  $\frac{2}{1+x}$ ,  $\frac{x-1}{x+1}$ ,  $\frac{1+x}{1-x}$ .

194. а)  $f(x) = 0$ , если  $x = -1$ ,  $x = 0$  и  $x = 1$ ;  $f(x) > 0$ , если  
 $-\infty < x < -1$  и  $0 < x < 1$ ;  $f(x) < 0$ , если  $-1 < x < 0$  и  $1 <$   
 $< x < +\infty$ ; б)  $f(x) = 0$ , если  $x = \pm \frac{1}{k}$ ;  $f(x) > 0$ , если

$\frac{1}{2k+1} < x < \frac{1}{2k}$  и  $-\frac{1}{2k+1} < x < -\frac{1}{2k+2}$  ( $k = 0, 1,$

$2, \dots$ );  $f(x) < 0$ , если  $\frac{1}{2k+2} < x < \frac{1}{2k+1}$  и  $-\frac{1}{2k} < x <$

$< -\frac{1}{2k+1}$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ); в)  $f(x) = 0$ , если  $x \leq 0$  и  
 $x = 1$ ;  $f(x) > 0$ , если  $0 < x < 1$ ;  $f(x) \leq 0$ , если  $1 < x < +\infty$ .

195. а)  $a$ ; б)  $2x+h$ ; в)  $a^x \cdot \frac{a^h-1}{h}$ . 197.  $f(x) = \frac{7}{3}x-2$ ;

$f(1) = \frac{1}{3}$ ;  $f(2) = 2 \frac{2}{3}$ . 198.  $f(x) = \frac{7}{6}x^2 + \frac{17}{6}x + 1$ ;

$f(-1) = -\frac{2}{3}$ ;  $f(0,5) = 2 \frac{17}{24}$ . 199.  $f(x) = \frac{10}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 -$

- $\frac{29}{6}x + 2.$  200.  $f(x) = 10 + 5 \cdot 2^x.$  203. а)  $2k\pi \leq x \leq \pi + 2k\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ); б)  $1 < x < e;$  в)  $x > 0, x \neq \neq k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ). 205. а)  $z = x + y;$  б)  $z = \frac{xy}{x+y};$  в)  $z = \frac{x+y}{1-xy};$  г)  $z = \frac{x+y}{1+xy}.$  206.  $\varphi(\varphi(x)) = x^4;$   $\psi(\psi(x)) = 2^{2x};$   $\varphi(\psi(x)) = 2^{2x};$   $\psi(\varphi(x)) = 2x^4.$  207.  $\varphi(\varphi(x)) = \operatorname{sgn} x;$   $\psi(\psi(x)) = x (x \neq 0);$   $\varphi(\psi(x)) = \psi(\varphi(x)) = \operatorname{sgn} x (x \neq 0).$  208.  $\varphi(\varphi(x)) = \varphi(x);$   $\psi(\varphi(x)) = \psi(x);$   $\psi(\psi(x)) = \varphi(\psi(x)) = 0.$  209.  $-\frac{1-x}{x};$   $x (x \neq 0, x \neq 1).$  210.  $f_n(x) = \frac{x}{\sqrt{1+nx^2}}.$  211.  $x^2 - 5x + 6.$  212.  $x^2 - 2 \left( |x| \geq 2 \frac{1}{2} \right).$  213.  $\frac{1+\sqrt{1+x^2}}{x}.$  213.1.  $f(x) = \left( \frac{x}{1-x} \right)^2.$  221. а) Возрастает при  $a > 0$  и убывает при  $a < 0;$  б) при  $a > 0$  убывает в интервале  $(-\infty, -\frac{b}{2a})$  и возрастает в интервале  $(-\frac{b}{2a}, +\infty);$  в) возрастает; г) при  $ad - bc > 0$  возрастает в интервалах  $(-\infty, -\frac{d}{c})$  и  $(-\frac{d}{c}, +\infty);$  д) возрастает при  $a > 1$  и убывает при  $0 < a < 1.$  222. Можно, если основание логарифмов больше 1. 224.  $\frac{y-3}{2} (-\infty < y < +\infty).$  225. а)  $-\sqrt{y}$  ( $0 \leq y < +\infty$ ); б)  $\sqrt{y}$  ( $0 \leq y < +\infty$ ). 226.  $\frac{1-y}{1+y}$  ( $y \neq -1$ ). 227. а)  $-\sqrt{1-y^2}$  ( $0 \leq y \leq 1$ ); б)  $\sqrt{1-y^2}$  ( $0 \leq y \leq 1$ ). 228.  $\operatorname{Arsh} y = \ln(y + \sqrt{1+y^2})$  ( $-\infty < y < +\infty$ ). 229.  $\operatorname{Arth} y = \frac{1}{2} \ln \frac{1+y}{1-y}$  ( $-1 < y < 1$ ). 230.  $x = y,$  если  $-\infty < y < 1;$   $x = \sqrt{y},$  если  $1 \leq y \leq 16;$   $x = \log_2 y,$  если  $16 < y < +\infty.$  231. а) Нечетная; б) четная; в) четная; г) нечетная; д) нечетная. 233. а) Периодическая,  $T = 2\pi/\lambda;$  б) периодическая,  $T = 2\pi,$  в) периодическая,  $T = 6\pi;$  г) периодическая,  $T = \pi;$  д) непериодическая; е) периодическая,  $T = \pi;$  ж) непериодическая; з) непериодическая. 241.  $t = 1 \frac{2}{3}$  с,  $x = -3 \frac{1}{3}$  м. 243.  $x_0 = -\frac{b}{2a},$   $y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a}.$  244.  $y = x - \frac{x^2}{36000};$

- 9 км; 36 км. 251.  $x_0 = -\frac{d}{c}$ ;  $y_0 = \frac{a}{c}$ . 252.  $p = \frac{12}{v}$  ( $v > 0$ ). 263.  $k = \frac{a}{a_1}$ ,  $m = \frac{a_1 b - ab_1}{a_1^2}$ ,  $n = \frac{c}{a_1} - \frac{b_1}{a_1^3}$  ( $a_1 b - ab_1$ ),  $x_0 = -\frac{b_1}{a_1}$ . 264.  $y = \frac{10}{x^2}$ . 287.  $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ ;  $\sin x_0 = -\frac{a}{A}$ ,  $\cos x_0 = \frac{b}{A}$ . 356.  $y = 2 \sin x$ , если  $|x - \pi k| \leq \frac{\pi}{6}$ , и  $y = (-1)^k$ , если  $\frac{\pi}{6} < |x - \pi k| < \frac{5\pi}{6}$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). 357. а)  $y = \frac{1}{2}(x + |x|)$ ; б) и в)  $y = x^2$ , если  $x \geq 0$ ;  $y = 0$  если  $x < 0$ ; г)  $y = x$ , если  $x < 0$ ;  $y = x^4$ , если  $x \geq 0$ . 358. а)  $y = 1$ ; б)  $y = 1$ , если  $1 \leq |x| \leq \sqrt{3}$ ;  $y = 0$ , если  $|x| < 1$  или  $|x| > \sqrt{3}$ ; в)  $y = 1$ , если  $|x| \leq 1$ ;  $y = 2$ , если  $|x| > 1$ ; г)  $y = -2$ , если  $|x| > 2$ ;  $y = 2 - (2 - x^2)^2$ , если  $|x| \leq 2$ . 359. При  $x < 0$  имеем: а) 1)  $f(x) = 1 + x$ , 2)  $f(x) = -(1 + x)$ ; б) 1)  $f(x) = -2x - x^2$ , 2)  $f(x) = 2x + x^2$ ; в) 1)  $f(x) = \sqrt{-x}$ , 2)  $f(x) = -\sqrt{-x}$ ; г) 1)  $f(x) = -\sin x$ , 2)  $f(x) = \sin x$ ; д) 1)  $f(x) = e^{-x}$ , 2)  $f(x) = -e^{-x}$ ; е) 1)  $f(x) = \ln(-x)$ , 2)  $f(x) = -\ln(-x)$ . 360. а)  $x = -\frac{b}{2a}$ ; б)  $x = \frac{1}{2}$ ; в)  $x = \frac{b-a}{2}$ ; г)  $x = k\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). 361. а)  $(x_0, ax_0 + b)$ , где  $x_0$  — произвольно; б)  $\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right)$ ; в)  $(x_0, y_0)$ , где  $x_0 = -\frac{b}{3a}$  и  $y_0 = ax_0^3 + bx_0^2 + cx_0 + d$ ; г)  $(2, 0)$ ; д)  $(2, 1)$ . 372. Корни: —1,88; 0,35; 1,53. 373. 2,11; —0,25; —1,86. 374. 0,25; 1,49. 375. 0,64. 376. 1,37; 10. 377. —0,54. 378. 0; 4,49. 379.  $x_1 = -0,57$ ,  $y_1 = -1,26$ ;  $x_2 = -0,42$ ,  $y_2 = 1,19$ ;  $x_3 = 0,45$ ,  $y_3 = 0,74$ ;  $x_4 = 0,54$ ,  $y_4 = -0,68$ . 380.  $x_1 = -1,30$ ,  $y_1 = 9,91$ ;  $x_2 = 2,30$ ,  $y_2 = 9,73$ ;  $x_3 = -0,62$ ,  $y_3 = -9,98$ ;  $x_4 = 1,62$ ,  $y_4 = -9,87$ . 382. а) Вообще говоря, нет; б) да. 385. Ограничена сверху и неограничена снизу. 387.  $f(a)$  и  $(b)$ . 388. 0; 25. 389. 0; 1. 390. 0; 1. 391. 2;  $+\infty$ . 392. —1; 1. 393.  $-\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{2}$ . 394.  $\frac{1}{2}$ ; 4. 395. а) 0, 1; б) 0; 2. 396. 0; 1. 397. а) 8; б) 0,8; в) 0,08; г) 0,008. 398. а)  $\pi$ ; б)  $\pi$ ; в)  $\pi$ ; г)  $\pi$ . 411. а) 1; б)  $\frac{2}{3}$ ; в)  $\frac{1}{2}$ . 412. 6. 413. 10. 414.  $\frac{1}{2}nm(n-m)$ . 415.  $5^{-5}$ . 416.  $\left(\frac{3}{2}\right)^{30}$ . 417.  $n^{-\frac{n(n+1)}{2}}$ .

418.  $-\frac{1}{2}$ . 419.  $\frac{1}{2}$ . 420. 1. 421.  $\frac{1}{4}$ . 422.  $\frac{1}{3}$ .  
 423.  $\left(\frac{3}{2}\right)^{10}$ . 424.  $\frac{n(n+1)}{2}$ . 424. 1.  $2\frac{1}{24}$ . 425.  $\frac{m}{n}$ .  
 426.  $\frac{n(n-1)}{2}a^{n-2}$ . 427.  $\frac{n(n+1)}{2}$ . 428.  $\frac{m-n}{2}$ . 429.  $x + \frac{a}{2}$ .  
 430.  $x^2 + ax + \frac{a^2}{3}$ . 431. 1. 432.  $\frac{1}{2}$ . 433. 3  
 434.  $\frac{ab}{3}$ . 435. 1. 436.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ . 437.  $\frac{4}{3}$ . 438. -2. 439.  $\frac{1}{\sqrt{2a}}$ .  
 440.  $-\frac{1}{16}$ . 441.  $\frac{1}{144}$ . 442.  $\frac{1}{4}$ . 443.  $\frac{12}{5}$ . 444.  $\frac{1}{n}$ .  
 445. -2. 446.  $\frac{1}{4}$ . 447.  $\frac{2}{27}$ . 448.  $\frac{3}{2}$ . 449.  $4\frac{4}{27}$ .  
 450.  $\frac{7}{36}$ . 451.  $-\frac{1}{2}$ . 452.  $\frac{\alpha}{m} - \frac{\beta}{n}$ . 453.  $\frac{\alpha}{m} + \frac{\beta}{n}$ .  
 455.  $\frac{n}{m}$ . 455. 1.  $\frac{1}{2}$ . 456.  $\frac{1}{n!}$ . 457.  $\frac{1}{2}(a+b)$ . 458.  $\frac{1}{2}$ .  
 459.  $-\frac{1}{4}$ . 460. 1. 461.  $\frac{2}{3}$ . 462. 2. 463.  $\frac{4}{3}$ . 464.  $-\frac{1}{4}$ .  
 465.  $\frac{1}{n}(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$ . 466.  $2^n$ . 467.  $2n$ . 468.  $\lim_{a \rightarrow 0} x_1 = \infty$ ,  $\lim_{a \rightarrow 0} x_2 = -\frac{c}{b}$ . 469.  $a = 1$ ,  $b = -1$ . 470.  $a_i = \pm 1$ ;  $b_i = \mp \frac{1}{2}$  ( $i = 1, 2$ ). 471. 5. 472. 0. 473.  $(-1)^{m-n} \frac{m}{n}$ .  
 474.  $\frac{1}{2}$ . 474. 1. 474. 2.  $\frac{1}{3}$ . 475.  $\frac{1}{2}$ . 476. 2. 477. 4  
 478.  $\frac{1}{p}$ . 479.  $\frac{1}{2}$ . 480.  $\frac{2}{\pi}$ . 482.  $\cos a$ . 483.  $-\sin a$   
 484.  $\sec^2 a$  ( $a \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$ ,  $k=0, \pm 1, \dots$ ). 485.  $-\frac{1}{\sin^2 a}$   
 ( $a \neq k\pi$ , где  $k$  — целое). 486.  $\frac{\sin a}{\cos^2 a}$  ( $a \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$ , где  $k$  — целое). 488.  $-\sin a$ .  
 489.  $-\cos a$ . 490.  $\frac{2 \sin a}{\cos^3 a}$  ( $a \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$ , где  $k$  — целое).  
 491.  $\frac{2 \cos a}{\sin^3 a}$  ( $a \neq k\pi$ , где  $k$  — целое). 492.  $\frac{3}{2} \sin 2a$ . 493. -8

494. 14. 495.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ . 496. - 24. 497.  $-\frac{\cos 2a}{\cos^4 a}$
- $\left( a \neq (2k+1) \frac{\pi}{2}, \text{ где } k \text{ — целое} \right)$ . 498.  $\frac{3}{4}$ . 499.  $\frac{1}{4}$ .
500.  $\frac{4}{3}$ . 501.  $-\frac{1}{12}$ . 502.  $\sqrt{2}$ . 503. 0. 504. 3. 505. 0.
506. а)  $\frac{1}{2}$ ; б)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ; в) 1. 507. 0. 508. 0. 509. 0. 510. 0.
511. 1. 512.  $e^3$ . 513. 1. 514.  $e^{-2}$ . 515.  $e^{2a}$ . 516. 0, если  $a_1 < a_2$ ;  
+ ∞, если  $a_1 > a_2$ ;  $e^{b_1-b_2/a_1}$ , если  $a_1 = a_2$ . 517. e. 518.  $e^{-1}$ .
519. 1. 519.1.  $\sqrt{e}$ . 520.  $e^{\operatorname{ctg} a}$  ( $a \neq k\pi$  — целое). 521.  $e^{3/2}$ .
522.  $e^{-1}$ . 523. 1. 524.  $e^{-1}$ . 525. e. 526.  $\frac{1}{\sqrt{e}}$ . 527.  $e^{x+1}$ .
528.  $e^{-x^2/2}$ . 529. 1. 530. 1. 531.  $\frac{1}{a}$ . 532. 0. 533.  $\frac{1}{5}$ . 534. -2.
535.  $\frac{3}{2}$ . 536.  $\frac{3}{2}$ . 537.  $-\frac{\log e}{x^2}$ . 538.  $\frac{2a}{b}$ . 539.  $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ .
540. 0. 540.1. n. 541.  $\ln a$ . 542.  $a^a \ln \frac{a}{e}$ . 543.  $a^a \ln ea$ . 544.  $e^2$ .
545.  $\frac{2}{3}$ . 545.1.  $e^{\beta^2-\alpha^2}$ . 545.2.  $\frac{\alpha}{\beta}$ . 545.3. - 2. 546.  $e^2$ .
547. 1. 548.  $\frac{\alpha}{\beta} a^\alpha - \beta$ . 549.  $a^b \ln a$ . 550.  $a^x \ln^2 a$ . 551.  $e^{-(a+b)}$ .
552.  $\ln x$ . 553.  $\ln x$ . 554.  $\frac{a}{\sqrt{b}}$ . 555.  $\sqrt{ab}$ . 556.  $\sqrt[3]{abc}$ .
557.  $(a^a \times b^b c^c)^{1/(a+b+c)}$ . 558.  $\frac{1}{\sqrt{ab}}$ . 559.  $\left(\ln \frac{a}{b}\right)^{-1}$ . 560.  $a^{a^a} \ln a$ .
561. а) 0; б)  $\frac{\ln 3}{\ln 2}$ . 562.  $\ln 8$ . 563. -  $\ln 2$ . 566. а)  $\frac{1}{2}$ ; б)  $\frac{1}{2}$ .
567. 1. 568. 0. 569.  $\ln a^2$ . 570.  $\frac{1}{8}$ . 571.  $\frac{1}{2}$ . 572. - 2. 573.  $e^x$ .
574.  $e^{2/\pi}$ . 575.  $\frac{\alpha + \beta}{\sqrt{\alpha\beta}}$ . 576. а) 1; б)  $\frac{1}{2}$ ; в) 1. 576.1.  $\frac{2}{9}$ .
577.  $2 \operatorname{sh} \frac{1}{2}$ . 577.1. а)  $\operatorname{ch} a$ ; б)  $\operatorname{sh} a$ . 577.2. - 1. 578.  $\ln 2$ .
579. 1. 580.  $e\pi^2$ . 581.  $-\frac{\pi}{2}$ . 582.  $\frac{\pi}{3}$ . 583.  $-\frac{\pi}{2}$ .
584.  $\frac{3\pi}{4}$ . 585.  $\frac{1}{1+x^2}$ . 586. 2. 587.  $\frac{ex}{x^2+1}$ . 588.  $\frac{1}{2}$ .

589. 1. 590.  $e^2/\pi$ . 591. 0. 592. 0. 593. а)  $+\infty$ ; б)  $\frac{1}{2}$ .
594. а)  $-1$ ; б) 1. 594.1.  $\ln \frac{b^2}{a^2}$ . 595. а)  $\frac{\pi}{2}$ ; б)  $-\frac{\pi}{2}$ .
596. а) 1; б) 0. 597. а) 0; б) 1. 600. 2; 1; 2. 601. 0;  $(-1)^{n-1}$ ;  $(-1)^n$ . 602. 0. 603. 1. 604. 0. 605. 1. 606. 0. 613. б)  $y = 1$ , если  $|x| < 1$ ;  $y = 0$ , если  $|x| = 1$ . 614. б)  $y = 0$ , если  $0 \leq x < 1$ ;  $y = \frac{1}{2}$ , если  $x = 1$ ;  $y = 1$ , если  $1 < x < +\infty$ . 615.  $y = -1$ , если  $0 < |x| < 1$ ;  $y = 0$ , если  $|x| = 1$ ;  $y = 1$ , если  $|x| > 1$ . 616.  $y = |x|$ . 617.  $y = 1$ , если  $0 \leq x \leq 1$ ;  $y = x$ , если  $x > 1$ . 618.  $y = 1$ , если  $0 \leq x \leq 1$ ;  $y = x$ , если  $1 < x < 2$ ;  $y = \frac{x^2}{2}$ , если  $x \geq 2$ . 619.  $y = 0$ , если  $0 \leq x < 2$ ;  $y = 2\sqrt{2}$ , если  $x = 2$ ;  $y = x^2$ , если  $x > 2$ . 620. б)  $y = 0$ , если  $x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$ ;  $y = 1$ , если  $x = (2k+1)\frac{\pi}{2}$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). 621.  $y = \ln 2$ , если  $0 \leq x \leq 2$ ;  $y = \ln x$ , если  $x > 2$ . 622.  $y = 0$ , если  $-1 < x \leq 1$ ;  $y = -\frac{\pi}{2}(x-1)$ , если  $x > 1$ . 623.  $y = 1$ , если  $x \leq -1$ ;  $y = e^{x+1}$ , если  $x > -1$ . 624.  $y = x$  при  $x < 0$ ;  $y = \frac{1}{2}$  при  $x = 0$ ;  $y = 1$  при  $x > 0$ . 625.  $\frac{1}{x}$ . 625.1.  $y = \sqrt{x}$  при  $0 \leq x < 1$  и  $4k-1 < x < 4k+1$ ;  $y=x$  при  $4k-3 < x < 4k-2$  и  $4k-2 < x < 4k-1$ ;  $y = \frac{1}{2}(\sqrt{x}+x)$  при  $x=2k-1$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ). 625.2.  $y = 0$ , если  $x$  — рационально;  $y = x$ , если  $x$  — иррационально. 625.3. Контур квадрата  $\max\{|x|, |y|\}=1$ . 627. а)  $x=1$ ;  $x=-2$ ,  $y=x-1$ ; б)  $y=x+\frac{1}{2}$  при  $x \rightarrow +\infty$ ,  $y=-x-\frac{1}{2}$  при  $x \rightarrow -\infty$ ; в)  $y=\frac{1}{3}-x$ ; г)  $y=x$  при  $x \rightarrow +\infty$ ,  $y=0$  при  $x \rightarrow -\infty$ ; д)  $y=0$  при  $x \rightarrow -\infty$ ,  $y=x$  при  $x \rightarrow +\infty$ ; е)  $y=x+\frac{\pi}{2}$ . 628. 0. 629.  $\frac{1}{1-x}$ . 630.  $\frac{\sin x}{x}$ . 632.  $\frac{1}{6}$ . 633.  $\frac{a}{2}$ . 634.  $\frac{1}{2} \ln a$ . 635.  $\sqrt[3]{e}$ . 636.  $e^{-a^2/6}$ . 637.  $\frac{1}{2}(1+\sqrt{1+4a})$ . 637.1.  $\frac{2}{3}$ . 637.2.  $\frac{b}{1-\alpha}$ . 637.3.  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ .

638.  $\sqrt{1+x} - 1$ . 639.  $1 - \sqrt{1-x}$ . 641. а) 2; б)  $+\infty$ ; в) 0; г) 1; д) 2; е) 1; ж)  $2\sin 1$ . 643. а)  $l = -1$ ,  $L = 2$ ; б)  $l = -2$ ,  $L = 2$ ; в)  $l = 2$ ,  $L = e$ . 644. а)  $l = -1$ ,  $L = 1$ ; б)  $l = 0$ ,  $L = +\infty$ ; в)  $l = \frac{1}{2}$ ,  $L = 2$ ; г)  $l = 0$ ,  $L = +\infty$ . 645. а) Первого порядка; б) второго; в) первого; г) третьего; д) третьего; е) третьего. 653. а)  $2x$ ; б)  $x$ ; в)  $\frac{x^2}{2}$ ; г)  $\frac{x^3}{2}$ . 655. а)  $3(x-1)^2$ ; б)  $\frac{(1-x)^{1/3}}{\sqrt[3]{2}}$ ; в)  $x-1$ ; г)  $e(x-1)$ ; д)  $x-1$ . 656. а)  $x^2$ ; б)  $2x^2$ ; в)  $x^{2/3}$ ; г)  $x^{1/8}$ . 657. а)  $\left(\frac{1}{x}\right)^3$ ; б)  $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}\right)^{1/2}$ ; в)  $-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x}\right)^{3/2}$ ; г)  $\left(\frac{1}{x}\right)^2$ . 658. а)  $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x-1}\right)$ ; б)  $\sqrt{2} \times \left(\frac{1}{1-x}\right)^{1/2}$ ; в)  $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\left(\frac{1}{1-x}\right)^{1/3}$ ; г)  $\frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1-x}$ ; д)  $\frac{1}{x-1}$ . 663. а)  $9,95 < x < 10,05$ ; б)  $9,995 < x < 10,005$ ; в)  $9,9995 < x < 10,0005$ ; г)  $\sqrt{100-e} < x < \sqrt{100+e}$ . 664.  $\Delta < \frac{\varepsilon}{27}$ ; а)  $\Delta \leq 3,7$  мм; б)  $\Delta < 0,37$  мм; в)  $\Delta < 0,037$  мм. 665.  $100[1 - 10^{-(n+1)}]^2 < x < 100[1 + 10^{-(n+1)}]^2$ ; а)  $81 < x < 121$ ; б)  $98,01 < x < 102,01$ ; в)  $99,8001 < x < 100,2001$ ; г)  $99,980001 < x < 100,020001$ . 666.  $\delta = \min\left(\frac{\varepsilon}{11}, 1\right)$ . 667.  $\delta = \frac{\varepsilon x_0^2}{1 + \varepsilon x_0} \approx 0,001x_0^2$ ; а)  $\delta \approx 10^{-5}$ ; б)  $\delta \approx 10^{-7}$ ; в)  $\delta \approx 10^{-9}$ . Нельзя. 669. а) Нельзя; б) можно. 671. Нет; ограниченность в точке  $x_0$ . 672. Нет; если функция  $f(x)$  определена в конечном промежутке  $(a, b)$ , то эти неравенства выполнены всегда; если по меньшей мере  $a$  или  $b$  равно символу  $\infty$ , то  $\lim_{x \rightarrow \infty} |f(x)| = +\infty$ . 673. Нет; однозначность и непрерывность обратной функции. 675. Непрерывна. 676. Непрерывна, если  $A = 4$ , и разрывна при  $x = 2$ , если  $A \neq 4$ . 677. Разрывна при  $x = -1$ . 678. а) Непрерывна; б) разрывна при  $x = 0$ . 679. Разрывна при  $x = 0$ . 680. Непрерывна. 681. Непрерывна. 682. Разрывна при  $x = 1$ . 683. Непрерывна при  $a = 0$  и разрывна при  $a \neq 0$ . 684. Разрывна при  $x = 0$ . 685. Разрывна при  $x = k$  ( $k$  — целое). 686. Разрывна при  $x = k^2$  ( $k = 1, 2, \dots$ ). 687.  $x = -1$  — точка бесконечного разрыва. 688.  $x =$

- = -1 — устранимая точка разрыва. 689.  $x = -2$  и  $x = 1$  — точки бесконечного разрыва. 690.  $x = 0$  и  $x = 1$  — устранимые точки разрыва;  $x = -1$  — точка бесконечного разрыва. 691.  $x = 0$  — устранимая точка разрыва;  $x = k\pi$  ( $k = \pm 1, \pm 2, \dots$ ) — точки бесконечного разрыва. 692.  $x = \pm 2$  — устранимые точки разрыва. 693.  $x = 0$  — точка разрыва 2-го рода. 694.  $x = \frac{1}{k}$  ( $k = \pm 1, \pm 2, \dots$ ) — точки разрыва 1-го рода;  $x = 0$  — точка разрыва 2-го рода. 695.  $x = 0$  и  $x = \frac{2}{2k+1}$  ( $k = 0, \pm 1, \dots$ ) — устранимые точки разрыва. 696.  $x = 0$  — точка разрыва 1-го рода. 697.  $x = 0$  — устранимая точка разрыва. 698.  $x = 0$  — точка разрыва 2-го рода. 699.  $x = 0$  — устранимая точка разрыва;  $x = 1$  — точка бесконечного разрыва. 700.  $x = 0$  — точка бесконечного разрыва;  $x = 1$  — точка разрыва 2-го рода. 701.  $x = k\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) — точки разрыва 1-го рода. 702.  $x = k$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) — точки разрыва 1-го рода. 703.  $x = k$  ( $k = \pm 1, \pm 2, \dots$ ) — точки разрыва 1-го рода. 704. Функция непрерывна. 705.  $x = \pm\sqrt{n}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) — точки разрыва 1-го рода. 706.  $x = \frac{1}{k}$  ( $k = \pm 1, \pm 2, \dots$ ) — точки разрыва 1-го рода;  $x = 0$  — точка бесконечного разрыва. 707.  $x = \frac{1}{k}$  ( $k = \pm 1, \pm 2, \dots$ ) — точки разрыва 1-го рода;  $x = 0$  — устранимая точка разрыва. 708.  $x = \frac{2}{(2k+1)\pi}$  ( $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) — точки разрыва 1-го рода;  $x = 0$  — точка разрыва 2-го рода. 709.  $x = \pm\frac{1}{k}$  и  $x = \pm\frac{1}{\sqrt{k}}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) — точки разрыва 1-го рода,  $x = 0$  — точка разрыва 2-го рода. 710.  $x = \frac{1}{k}$  ( $= \pm 1, \pm 2, \dots$ ) — точки бесконечного разрыва;  $x = 0$  — точка разрыва 2-го рода. 711.  $x = \frac{2}{(2k+1)\pi}$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) — точки бесконечного разрыва;  $x = 0$  — точка разрыва 2-го рода. 712.  $x = \pm\sqrt{n}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) — точки разрыва 1-го рода. 713.  $x = 0$ ,  $x = 1$  и  $x = 2$  — точки разрыва 1-го рода. 714.  $x = k\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) — точки бесконечного разрыва. 715.  $x = \pm\sqrt{k\pi}$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) — точки бесконечного разрыва. 716.  $x = -1$  и  $x = 3$  — точки

- бесконечного разрыва. 717.  $x = 0$  — точка разрыва 2-го рода.
718.  $x = 0$  — устраимая точка разрыва. 719.  $x = \pm 1$  — точки разрыва 1-го рода. 720.  $y = 1$ , если  $0 \leq x < 1$ ;  $y = -\frac{1}{2}$ , если  $x = 1$ ;  $y = 0$ , если  $x > 1$ ;  $x = 1$  — точка разрыва 1-го рода. 721.  $y = \operatorname{sgn} x$ ;  $x = 0$  — точка разрыва 1-го рода. 722.  $y = 1$ , если  $|x| \leq 1$ ;  $y = x^2$ , если  $|x| > 1$ . Функция непрерывна. 723.  $y = 0$ , если  $x \neq k\pi$ ;  $y = 1$ , если  $x = k\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ );  $x = k\pi$  — точки разрыва 1-го рода. 724.  $y = x$ , если  $|x - k\pi| < \frac{\pi}{6}$ ;  $y = \frac{x}{2}$ , если  $x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ ;  $y = 0$ , если  $\frac{\pi}{6} < |x - k\pi| < \frac{5\pi}{6}$  ( $k = 0, \pm 1, \dots$ );  $x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  — точки разрыва 1-го рода. 725.  $y = \frac{\pi}{2} x$ , если  $k\pi < x < k\pi + \frac{\pi}{2}$ ;  $y = -\frac{\pi}{2} x$ , если  $k\pi + \frac{\pi}{2} < x < k\pi + \pi$ ;  $y = 0$ , если  $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$  ( $k = 0, \pm 1, \dots$ );  $x = \frac{k\pi}{2}$  — точки разрыва 1-го рода. 726.  $y = x$  при  $x \leq 0$ ;  $y = x^2$  при  $x > 0$ . Функция непрерывна. 727.  $y = 0$  при  $x \leq 0$  и  $y = x$  при  $x > 0$ . Функция непрерывна. 728.  $y = -(1+x)$  при  $x < 0$ ;  $y = 0$  при  $x = 0$  и  $y = 1+x$  при  $x > 0$ ;  $x = 0$  — точка разрыва 1-го рода. 729. Нет. 730.  $a = 1$ . 731. а) Функция непрерывна; б)  $x = -1$  — точка разрыва 1-го рода; в)  $x = -1$  — точка разрыва 1-го рода; г)  $x = k$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) — точки бесконечного разрыва; д)  $x \neq k$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) — точки разрыва 2-го рода. 732.  $d = -x$  при  $-\infty < x < 0$ ;  $d = 0$  при  $0 \leq x \leq 1$ ;  $d = x - 1$  при  $1 < x \leq \frac{3}{2}$ ;  $d = 2 - x$  при  $\frac{3}{2} < x < 2$ ;  $d = 0$  при  $2 \leq x \leq 3$ ;  $d = x - 3$  при  $3 < x < +\infty$ . Функция — непрерывна. 733.  $S = 3y - \frac{y^3}{2}$  при  $0 \leq y \leq 1$ ;  $S = \frac{1}{2} + 2y$  при  $1 < y \leq 2$ ;  $S = \frac{5}{2} + y$  при  $2 < y \leq 3$ ;  $S = \frac{11}{2}$  при  $3 < y < +\infty$ ; функция — непрерывна,  $b = 3 - y$  при  $0 \leq y \leq 1$ ;  $b = 2$  при  $1 < y \leq 2$ ;  $b = 1$  при  $2 < y \leq 3$ ;  $b = 0$  при  $3 < y < +\infty$ ;  $x = 2$  и  $x = 3$  — точки разрыва 1-го рода. 735. Разрывна при  $x \neq 0$  и непрерывна при  $x = 0$ . 737. Разрывна при всех отрицательных значениях и

положительных рациональных значениях аргумента. 738.  $f(0) = 0,5$ . 740. а) ,5; б) 2; в) 0; г)  $e$ ; д) 0; е) 1; ж) 0. 841. а) Да; б) нет. 742. а) Нет; б) нет. 743. Нет. Пример:  $f(x) = 1$ , если  $x$  — рационально, и  $f(x) = -1$ , если  $x$  — иррационально. 744. а)  $f(g(x))$  непрерывна,  $g(f(x))$  разрывна при  $x=0$ ; б)  $f(g(x))$  разрывна при  $x = -1$ ,  $x = 0$  и  $x = 1$ ,  $g(f(x)) = 0$  непрерывна; в)  $f(g(x))$  и  $g(f(x))$  непрерывны. 745.  $f(\varphi(x)) = x$ .

$$759. x = \frac{-dy + b}{cy - a}; a + d = 0. \quad 760. x = y - k, \text{ если } 2k \leqslant y < 2k + 1 (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad 764. f(f(x)) = x.$$

$$767. x = -\sqrt{y} (0 \leqslant y < +\infty); \quad x = \sqrt{y} (0 \leqslant y < +\infty).$$

$$768. x = 1 - \sqrt{1 - y} (-\infty < y \leqslant 1); \quad x = 1 + \sqrt{1 - y} (-\infty < y \leqslant 1). \quad 769. x = \frac{1 - \sqrt{1 - y^2}}{y} (-1 \leqslant y \leqslant 1), \quad x =$$

$$= \frac{1 + \sqrt{1 - y^2}}{y} (0 < |y| \leqslant 1). \quad 770. x = (-1)^k \arcsin y +$$

$$+ k\pi (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) (-1 \leqslant y \leqslant 1). \quad 771. x = 2k\pi \pm \arccos y (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) (-1 \leqslant y \leqslant 1). \quad 772. x =$$

$$= \operatorname{arctg} y + k\pi (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) (-\infty < y < +\infty).$$

$$776. e = 0, \text{ если } xy < 1; \quad e = \operatorname{sgn} x, \text{ если } xy > 1. \quad 779. \text{ а) } y = -\frac{\pi}{2}, \quad \text{если } -1 \leqslant x \leqslant 0; \quad y = 2 \arcsin x - \frac{\pi}{2}, \quad \text{если}$$

$$0 \leqslant x \leqslant 1; \quad \text{б) } y = -(\pi + 4 \arcsin x), \text{ если } -1 \leqslant x \leqslant -\frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$y = 0, \text{ если } -\frac{1}{\sqrt{2}} < x < -\frac{1}{\sqrt{2}}; \quad y = \pi - 4 \arcsin x, \text{ если}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \leqslant x \leqslant 1. \quad 780. y = \frac{\pi}{2} - x \left( -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right).$$

$$781. y = \sqrt{x^2 - 1} (1 \leqslant x < +\infty); \quad y = -\sqrt{x^2 - 1} (1 \leqslant x < +\infty).$$

782. Для всех  $t$ , для которых  $\varphi(t) = x$ , где  $x$  — произвольное значение функции  $\varphi(t)$ , функция  $\psi(t)$  должна иметь одно и то же значение. 783. Множество значений  $\chi(t)$  при  $\alpha < t < \beta$  должно быть интервалом  $(a, b)$ . 784. Для всех значений  $x$ , для которых  $\varphi(x) = u$ , где  $u$  — произвольное число из интервала  $(A, B)$ , функция  $\psi(x)$  должна принимать одно и то же значение.

$$785. |\delta| \leqslant \frac{\varepsilon}{20} \text{ см. а) } 0,5 \text{ мм; б) } 0,005 \text{ мм; в) } 0,00005 \text{ мм.}$$

$$786. \text{ а) } \delta < \frac{1}{4}; \quad \text{б) } \delta < 2,5 \cdot 10^{-4}; \quad \text{в) } \delta < \frac{5}{2} \cdot 10^{-7}; \quad \text{г) } \delta < \frac{\varepsilon^3}{4}$$

$(\varepsilon \leqslant 1)$ . 793. а) Да; б) нет. 794. Равномерно непрерывна.

795. Не является равномерно непрерывной. 796. Равномерно непрерывна. 797. Не является равномерно непрерывной.

798. Равномерно непрерывна. 799. Равномерно непрерывна.

800. Не является равномерно непрерывной. 802. а)  $\delta = \frac{\varepsilon}{5}$ ;

б)  $\delta = \frac{\varepsilon}{8}$ ; в)  $\delta = 0,01\varepsilon$ ; г)  $\delta = \varepsilon^2 (\varepsilon \leqslant 1)$ ; д)  $\delta = \frac{\varepsilon}{3}$ ;

е)  $\delta = \min \left( \frac{\varepsilon}{3}, \frac{\varepsilon^2}{3 + \varepsilon} \right)$ .

803.  $n \geq 1800000$ .

808. а)  $\omega_f(\delta) \leq 3\delta$ ; б)  $\omega_f(\delta) \leq \sqrt{\delta}$ ; в)  $\omega_f(\delta) \leq \frac{\delta}{\sqrt{2a}}$ ;

в)  $\omega_f(\delta) \leq \delta \sqrt{2}$ . 818.  $f(x) = \cos ax$  или  $f(x) = \operatorname{ch} ax$ .  
819.  $f(x) = \cos ax$ ;  $g(x) = \pm \sin ax$  ( $a = \text{const}$ ).

## О Т Д Е Л II

821.  $\Delta x = 999$ ;  $\Delta y = 3$ . 822.  $\Delta x = -0,009$ ;  $\Delta y = 990000$ .

823. а)  $\Delta y = a\Delta x$ ; б)  $\Delta y = (2ax + b)\Delta x + a(\Delta x)^2$ ; в)  $\Delta y =$   
 $= a^2(a\Delta x - 1)$ . 825. а) 5; б) 4,1; в) 4,01; г)  $4 + \Delta x$ ; 4.

826.  $3 + 3h + h^2$ ; а) 3,31; 3, 6) 3,0301; в) 3,003001; 3.

827. а)  $v_{cp} = 215$  м/с; б)  $v_{cp} = 210,5$  м/с; в)  $v_{cp} =$   
 $= 210,05$  м/с; 210 м/с. 828. а)  $2x$ ; б)  $3x^2$ ; в)  $-\frac{1}{x^2}$  ( $x \neq 0$ );

г)  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$  ( $x > 0$ ); д)  $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$  ( $x \neq 0$ ); е)  $\frac{1}{\cos^2 x}$

( $x \neq (2k - 1)\frac{\pi}{2}$ ,  $k = 0, \pm 1, \dots$ ); ж)  $-\frac{1}{\sin^2 x}$

( $x \neq k\pi$ ,  $k = 0, \pm 1, \dots$ ); з)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  ( $|x| < 1$ );

и)  $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  ( $|x| < 1$ ); к)  $\frac{1}{1+x^2}$ . 829. -8; 0; 0.

830. 4. 831.  $1 + \frac{\pi}{4}$ . 832.  $f'(a)$ . 834.  $y' = 1 - 2x$ ; 1,

0, -1, 21. 835.  $y' = x^2 + x - 2$ ; а) -2; 1; б) -1;

0; в) -4; 3. 836.  $10a^3x - 5x^4$ . 837.  $\frac{a}{a+b}$ .

838.  $2x - (a+b)$ . 839.  $2(x+2)(x+3)^2(3x^2 + 11x + 9)$ .

840.  $x \sin 2a + \cos 2a$ . 841.  $mn[x^{m-1} + x^{n-1} + (m+n)x^{m+n-1}]$ .

842.  $-(1-x)^2(1-x^2)(1-x^3)^2(1+6x+15x^2+14x^3)$ .

842.1.  $-20(17+12x)(5+2x)^9(3-4x)^{10}$ . 843.  $-\left( \frac{1}{x^2} + \frac{4}{x^3} + \frac{9}{x^4} \right)$  ( $x \neq 0$ ). 845.  $\frac{2(1+x^2)}{(1-x^2)^2}$  ( $|x| \neq 1$ ).

846.  $\frac{2(1-2x)}{(1-x+x^2)^2}$ . 847.  $\frac{1-x+4x^2}{(1-x)^3(1+x)^4}$  ( $|x| \neq 1$ ).

848.  $\frac{12-6x-6x^2+2x^3+5x^4-3x^5}{(1-x)^3}$  ( $x \neq 1$ ).

849.  $-\frac{(1-x)^{p-1}[(p+q)+(p-q)x]}{(1+x)^{q+1}}$  ( $x \neq -1$ ).

850.  $\frac{x^{p-1}(1-x)^{q-1}}{(1+x)^2} [p - (q+1)x - (p+q-1)x^2]$  ( $x \neq -1$ ).

851.  $1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$  ( $x > 0$ ). 852.  $-\frac{1}{x^2} -$   
 $\frac{1}{2x\sqrt{x}} - \frac{1}{3x\sqrt[3]{x}}$  ( $x > 0$ ). 853.  $\frac{2}{3\sqrt[3]{x}} +$   
 $\frac{1}{x\sqrt{x}}$  ( $x > 0$ ). 854.  $\frac{1+2x^2}{\sqrt{1+x^2}}$ .  
 855.  $\frac{6+3x+8x^2+4x^3+2x^4+3x^5}{\sqrt{2+x^2}\sqrt[3]{(3+x^3)^2}}$  ( $x \neq \sqrt[3]{-3}$ ).  
 856.  $\frac{(n-m)-(n+m)x}{(n+m)^{n+m}\sqrt{(1-x)^n(1+x)^m}}$ . 857.  $\frac{a^2}{(a^2-x^2)^{3/2}}$   
 $(|x| < |a|)$ . 858.  $\frac{2x^2}{1-x^6} \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}$  ( $|x| \neq 1$ ).  
 859.  $-\frac{1}{(1+x^2)^{3/2}}$ . 860.  $\frac{1+2\sqrt{x}+4\sqrt{x}\sqrt{x+\sqrt{x}}}{8\sqrt{x}\sqrt{x+\sqrt{x}}\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}$   
 $(x > 0)$ . 861.  $\frac{1}{27} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^2(1+\sqrt[3]{x})^2}} \times$   
 $\times \frac{1}{\sqrt[3]{(1+\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{x}})^2}}$  ( $x \neq 0$ ,  $x \neq -1$ ,  $x \neq -8$ ).  
 862.  $-2\cos x(1+2\sin x)$ . 863.  $x^3 \sin x$ . 864.  $-\sin 2x \cdot \cos(\cos 2x)$ .  
 865.  $n \sin^{n-1} x \cdot \cos(n+1)x$ . 866.  $\cos x \cdot$   
 $\cdot \cos(\sin x) \cdot \cos[\sin(\sin x)]$ . 867.  $\frac{2\sin x(\cos x \sin x^2 - x \sin x \cos x^2)}{\sin^3 x^3}$   
 $(x^3 \neq k\pi; k = 1, 2, \dots)$ . 868.  $-\frac{1+\cos^2 x}{2\sin^3 x}$  ( $x \neq k\pi$ )  
 $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . 869.  $\frac{n \sin x}{\cos^{n+1} x} \left( x \neq \frac{2k-1}{2}\pi, \right.$   
 $k - \text{целое} \left. \right)$ . 870.  $\frac{x^2}{(\cos x + x \sin x)^2}$ . 871.  $\frac{2}{\sin^2 x};$   
 $(x \neq k\pi; k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ . 872.  $1 + \operatorname{tg}^4 x (x \neq$   
 $\neq (2k+1)\frac{\pi}{2}; k = 0, \pm 1, \dots)$ . 873.  $\frac{8}{3\sin^4 x \sqrt[3]{\operatorname{ctg} x}}$   
 $(x \neq k\pi, k - \text{целое})$ . 874.  $\frac{-16 \cos \frac{2x}{a}}{a \sin^3 \frac{2x}{a}} \left( x \neq \frac{k\pi a}{2}, \right.$   
 $k - \text{целое})$ . 875.  $-3 \operatorname{tg}^2 x \cdot \sec^2 x \cdot \sin(2 \operatorname{tg}^3 x) \cdot \cos[\cos^3(\operatorname{tg}^3 x)]$

$$\left( x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi, \quad k \text{ — целое} \right). \quad 876. \quad -2xe^{-x^2}.$$

$$877. \quad -\frac{1}{x^3} \cdot 2^{\operatorname{tg} 1/x} \sec^2 \frac{1}{x} \ln 2. \quad 878. \quad x^2 e^x. \quad 879. \quad x^2 e^{-x} \sin x.$$

$$880. \quad \frac{e^x (\sin x - \cos x)}{2 \sin^2 \frac{x}{2}} \quad (x \neq 2k\pi, \quad k \text{ — целое}).$$

$$881. \quad -\frac{1 + \ln^2 3}{3^x} \sin x. \quad 882. \quad \sqrt{a^2 + b^2} e^{ax} \sin bx.$$

$$883. \quad e^x [1 + e^{ex} (1 + e^{ex})]. \quad 884. \quad y \left( \ln \frac{a}{b} - \frac{a-b}{x} \right) (x > 0).$$

$$885. \quad a^a \cdot x^{a^2-1} + ax^{a-1} a^{x^a} \ln a + a^x \cdot a^{x^a} \ln^2 a.$$

$$886. \quad \frac{6}{x} \lg e \lg^2 x^2 \quad (x \neq 0). \quad 887. \quad \frac{1}{x \ln x \ln(\ln x)} \quad (x > e).$$

$$888. \quad \frac{6}{x \ln x \ln(\ln^3 x)} \quad (x > e). \quad 889. \quad \frac{1}{(1+x)^2(1+x^2)}$$

$$(x > -1). \quad 890. \quad \frac{x}{x^4 - 1} \quad (|x| > 1). \quad 891. \quad \frac{1}{x(1+x^4)^2}$$

$$(x \neq 0). \quad 892. \quad \frac{1}{3x^3 - 2} \quad (|x| > \sqrt{2/3}). \quad 893. \quad \frac{1}{(1-x^2)(1-kx^2)}$$

$$(|x| < 1). \quad 894. \quad \frac{1}{2(1+\sqrt{x+1})} \quad (x > -1).$$

$$895. \quad \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}. \quad 896. \quad \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

$$897. \quad \ln^2(x + \sqrt{x^2 + 1}). \quad 898. \quad \sqrt{x^2 + a^2}. \quad 899. \quad \frac{1}{a - bx^2}$$

$$\left( |x| < \sqrt{\frac{a}{b}} \right). \quad 900. \quad -\frac{8}{x^5 \sqrt{1-x^2}} \cdot (0 < x < 1).$$

$$901. \quad \frac{1}{\sin x} \quad (0 < x - 2k\pi < \pi, \quad k \text{ — целое}). \quad 902. \quad \frac{1}{\cos x}$$

$$\left( |x - 2k\pi| < \frac{\pi}{2}, \quad k \text{ — целое} \right). \quad 903. \quad -\operatorname{ctg}^3 x \quad (0 <$$

$$< x - 2k\pi < \pi, \quad k \text{ — целое}). \quad 904. \quad -\frac{1}{\cos x} \quad \left( x \neq \frac{2k-1}{2}\pi, \quad k \text{ — целое} \right)$$

$$905. \quad \frac{\cos^3 x}{\sin^3 x} \quad (0 < x - 2k\pi < \pi, \quad k \text{ — целое}).$$

$$906. \quad \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{a + b \cos x}. \quad 907. \quad -\frac{\ln^3 x}{x^2} \quad (x > 0).$$

$$908. \quad \frac{1}{x^3} \ln x \quad (x > 0). \quad 909. \quad \frac{2x}{1 + \sqrt[3]{1+x^2}}.$$

$$910. -\frac{1+x+\frac{1}{x}+\ln\frac{1}{x}}{\left(1+x\ln\frac{1}{x}\right)\left[1+x\ln\left(\frac{1}{x}+\ln\frac{1}{x}\right)\right]}.$$

$$911. 2\sin(\ln x) \quad (x>0). \quad 912. \sin x \cdot \ln \operatorname{tg} x \left(0 < x - 2k\pi < \frac{\pi}{2}, k-\text{целое}\right).$$

$$913. \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \quad (|x|<2). \quad 914. \frac{1}{\sqrt{1+2x-x^2}} \\ (|x-1|<\sqrt{2}). \quad 915. \frac{2ax}{x^4+a^2} \quad (a\neq 0). \quad 916. \frac{1}{x^2+2} \quad (x\neq 0).$$

$$917. \frac{\sqrt{x}}{2(1+x)} \quad (x\geqslant 0). \quad 918. -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \arccos x \quad (|x|<1).$$

$$919. \arcsin \sqrt{\frac{x}{1+x}} \quad (x\geqslant 0). \quad 920. \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}} \quad (|x|>1).$$

$$921. \operatorname{sgn}(\cos x) \left(x\neq \frac{2k-1}{2}\pi, k-\text{целое}\right). \quad 922. \frac{2\operatorname{sgn}(\sin x)\cdot \cos x}{\sqrt{1+\cos^2 x}} \\ x\neq k\pi, k-\text{целое}. \quad 923. \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{\sin 2x}} \quad \left(0 < x - k\pi < \frac{\pi}{2}, k-\text{целое}\right).$$

$$924. \frac{\operatorname{sgn} x}{\sqrt{1-x^2}} \quad (0<|x|<1). \quad 925. \frac{1}{1+x^2} \quad (x\neq 1).$$

$$926. 1 \left(x\neq \frac{\pi}{4}+k\pi, k-\text{целое}\right). \quad 927. \frac{1}{a+b\cos x}. \quad 928. -\frac{2\operatorname{sgn} x}{1+x^2} \\ (x\neq 0). \quad 929. \frac{4x}{\sqrt{1-x^4} \arccos^3(x^2)} \quad (|x|<1). \quad 930. \frac{1+x^4}{1+x^6}.$$

$$931. -2\cos x \cdot \operatorname{arctg}(\sin x). \quad 932. \frac{1}{2x\sqrt{x-1} \arccos \frac{1}{\sqrt{x}}} \quad (x>1).$$

$$933. \frac{a^2+b^2}{(x+a)(x^2+b^2)} \quad (x>-a). \quad 934. \sqrt{a^2-x^2}. \quad 935. \frac{1}{x^3+1} \\ (x\neq -1). \quad 936. \frac{1}{x^4+1} \quad (|x|\neq 1). \quad 937. (\arcsin x)^2 \quad (|x|<1).$$

$$938. -\frac{\arccos x}{x^2} \quad (0<|x|<1). \quad 939. \frac{x \ln x}{(x^2-1)^{3/2}} \quad (x>1).$$

$$940. \frac{x \arcsin x}{(1-x^2)^{3/2}} \quad (|x|<1). \quad 941. \frac{x^3}{x^6+1} \left(|x|\neq \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

942.  $\frac{12x^5}{(1+x^{12})^2}$ . 943.  $-\frac{1}{(1-x)^3 \sqrt[3]{x}}$  ( $x < 1$ ). 944.  $\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}$   
 $(|x| < 1)$ . 945.  $\frac{1}{\sqrt{ax-x^2}}$  ( $0 < x < a$ ). 946.  $\frac{x^2}{\sqrt{1-2x-x^2}}$   
 $(|x+1| < \sqrt{2})$ . 947.  $\frac{1}{\sqrt[4]{1+x^4}}$ . 948.  $\frac{\sin 2x}{\sin^4 x + \cos^4 x}$   
 $\left(x \neq \frac{2k-1}{2}\pi, k \text{ — целое}\right)$ . 949.  $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x} - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \times$   
 $\times \ln \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$  ( $|x| < 1$ ). 950.  $\frac{x^2}{1+x^2} \operatorname{arctg} x$ . 951.  $\frac{e^x}{\sqrt{1+e^{2x}}}$ .  
952.  $\frac{1}{2(1+x^2)}$ . 953.  $\frac{\sin a \operatorname{sgn}(\cos x - \cos a)}{1 - \cos a \cos x}$  ( $\cos x \neq \cos a$ ).  
954.  $\frac{1}{(x^4 - 1) \sqrt{x^2 + 2}}$  ( $0 < |x| < 1$ ). 955.  $\frac{\sqrt{1+x^4}}{1-x^4}$  ( $|x| \neq$   
 $\neq 1$ ). 956.  $\frac{4}{(1+x^2)^2 \sqrt{1-x^2}}$  ( $|x| < 1$ ). 957.  $\frac{2x(\cos x^2 + \sin x^2)}{\sqrt{\sin(2x^2)}}$   
 $\left(0 < |x| < \sqrt{\left(+\frac{1}{2}\right)\pi}, k = 0, 1, \dots\right)$ .  
958.  $2x[\operatorname{sgn}(\cos x^2) + \operatorname{sgn}(\sin x^2)] \left(|x| \neq \frac{k\pi}{2}, k = 0, 1, 2, \dots\right)$ .  
959.  $\frac{2m}{\sqrt{1-x^2}}$ .  $e^m (\arcsin x) \cos m (\arcsin x)$  ( $|x| < 1$ ).  
960.  $\frac{e^x - 1}{e^{2x} + 1}$ .  
960.1.  $\frac{x^3}{6 \sqrt[6]{1+\sqrt[3]{1+\sqrt[4]{1+x^4}}} \cdot \sqrt[3]{(1+\sqrt[4]{1+x^4})^2 \cdot \sqrt[4]{(1+x^4)^3}}$ .  
960.2.  $\frac{1}{x^3 \cos \frac{1}{x^2} \left(\sin \frac{1}{x^2} + \cos \frac{1}{x^2}\right) \sqrt{\operatorname{ctg} \frac{1}{x^2}}}$ .  
960.3.  $\frac{2^1 + \sqrt[3]{x} \ln 2 \cdot \sin \left(2^{\frac{3}{2}} \sqrt[3]{x}\right) \cdot \ln \left(\sec 2^{\frac{3}{2}} \sqrt[3]{x}\right)}{3 \sqrt[3]{x^2} \cdot \cos^2 \left(2^{\frac{3}{2}} \sqrt[3]{x}\right)}$ . 961.  $1 + x^x \times$   
 $\times (1 + \ln x) + x^x x^{x^x} \left(\frac{1}{x} + \ln x + \ln^2 x\right)$  ( $x > 0$ ). 962.  $x^{a-1} x^{x^a} \times$

$$\times (1 + a \ln x) + a^x x^{a^x} \left( \frac{1}{x} + \ln a \ln x \right) + x^x a^{x^x} \ln a (1 + \ln x) (x > 0).$$

963.  $x^{1/x-2} (1 - \ln x)$  ( $x > 0$ ). 964.  $(\sin x)^{1+\cos x} (\operatorname{ctg}^2 x - \ln \sin x) -$   
 $- (\cos x)^{1+\sin x} (\operatorname{tg}^2 x - \ln \cos x)$  ( $0 < x - 2k\pi < \frac{\pi}{2}$ ,  $k$  — целое).

965.  $\frac{(\ln x)^{x-1}}{x^{\ln x+1}} [x - 2 \ln^2 x + x \ln x \cdot \ln (\ln x)]$  ( $x > 1$ ). 965.1.  $y' =$   
 $= 2y \left\{ \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} \ln \frac{\arcsin (\sin^2 x)}{\arccos (\cos^2 x)} + \operatorname{arctg}^2 x \left[ \frac{\sin x \cdot \operatorname{sgn} (\cos x)}{\arcsin (\sin^2 x) \sqrt{1+\sin^2 x}} - \right. \right.$   
 $\left. \left. - \frac{\cos x \cdot \operatorname{sgn} (\sin x)}{\arccos (\cos^2 x) \sqrt{1+\cos^2 x}} \right] \right\} \left( x \neq \frac{k\pi}{2}, k = 0, \pm 1, \dots \right).$

966.  $-\frac{1}{x} (\log_x e)^2$  ( $x > 0$ ,  $x \neq 1$ ). 967.  $\operatorname{th}^3 x$ . 968.  $-\frac{2}{\operatorname{sh}^3 x}$  ( $x > 0$ ).

969.  $\frac{1}{\operatorname{ch} 2x}$ . 970.  $\frac{\operatorname{sgn} (\operatorname{sh} x)}{\operatorname{ch} x}$  ( $x \neq 0$ ). 971.  $\frac{a+b \operatorname{ch} x}{b+a \operatorname{ch} x}$ .

972.  $-\frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\cos^4 x}}$ . 973.  $-\frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \arccos x \cdot \ln (\arccos x)$

( $|x| < 1$ ). 974.  $-\frac{x^{-1}}{\sqrt[4]{(1+x^4)^3}}$ . 975.  $-\frac{2xe^{-x^2} \arcsin (e^{-x^2})}{(1-e^{-2x^2})^{3/2}}$

( $x \neq 0$ ). 976.  $\frac{4a^{2x} \ln a}{(1+a^{2x})^2} \operatorname{arctg} a^{-x}$  ( $a > 0$ ). 977. a)  $\operatorname{sgn} x$  ( $x \neq 0$ );

б)  $2|x|$ ; в)  $\frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ ). 978. а)  $(x-1)(x+1)^2(5x-1) \operatorname{sgn}(x+1)$ ;

б)  $\frac{3}{2} \sin 2x \cdot |\sin x|$ ; в)  $\frac{1}{x \sqrt{x^2-1}}$  ( $|x| > 1$ ); г)  $\pi[x] \sin 2\pi x$ .

979.  $y' = -1$  при  $-\infty < x < 1$ ;  $y' = 2x - 3$  при  $1 \leqslant x \leqslant 2$ ;

$y' = 1$  при  $2 < x < +\infty$ . 980.  $y' = 2(x-a)(x-b)(2x-a-b)$  при  $x \in [a, b]$ ;  $y' = 0$  при  $x \notin [a, b]$ . 981.  $y' = 1$  при  $x < 0$ ;

$y' = -\frac{1}{1+x}$  при  $0 \leqslant x < +\infty$ . 982.  $y' = \frac{1}{1+x^2}$  при  $-1 <$

$< x \leqslant 1$ ;  $y' = 1/2$  при  $|x| > 1$ . 983.  $y' = 2xe^{-x^2}(1-x^2)$  при

$|x| \leqslant 1$ ;  $y' = 0$  при  $|x| > 1$ . 984. а)  $\frac{1-x-x^2}{x(1-x^2)}$ ; б)  $\frac{54-36x+4x^3+2x^3}{3x(1-x)(9-x^2)}$

( $x \neq 0$ ,  $x \neq 1$ ,  $x \neq \pm 3$ ); в)  $\sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{x-a_i}$ ; г)  $\frac{n}{\sqrt{1+x^2}}$ .

985. а)  $\frac{\varphi(x)\varphi'(x)+\psi(x)\psi'(x)}{\sqrt{\varphi^2(x)+\psi^2(x)}}$  ( $\varphi^2(x)+\psi^2(x) \neq 0$ );

5)  $\frac{\varphi'(x)\psi(x)-\varphi(x)\psi'(x)}{\varphi^2(x)+\psi^2(x)}$  ( $\varphi^2(x)+\psi^2(x) \neq 0$ ); в)  $\sqrt[\varphi(x)]{\psi(x)} \times$

$$\times \left\{ \frac{1}{\varphi(x)} \frac{\psi'(x)}{\psi(x)} - \frac{\varphi'(x)}{\varphi^2(x)} \ln \psi(x) \right\}; \quad \text{г) } \frac{\psi'(x)}{\psi(x)} \cdot \frac{1}{\ln \varphi(x)} -$$

$$- \frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)} \cdot \frac{\ln \psi(x)}{\ln^2 \varphi(x)}. \quad 986. \text{ а) } 2xf'(x^2); \text{ б) } \sin 2x [f'(\sin^2 x) -$$

$$- f'(\cos^2 x)]; \text{ в) } e^f(x) [e^x f'(e^x) + f'(x) f(e^x)]; \text{ г) } f'(x) \cdot f'[f(x)] \times$$

$$\times f'[f[f(x)]]. \quad 986.1. \quad 1000! \quad 988. \quad 3x^2 + 15. \quad 989. \quad 6x^2. \quad 992. \text{ а) } n >$$

$> 0$ ; б)  $n > 1$ ; в)  $n > 2$ . 993. а)  $n \geq m+1$ ; б)  $1 < n < m+1$ .

994.  $\varphi(a)$ . 995.  $f'_-(a) = -\varphi(a)$ ,  $f'_+(a) = \varphi(a)$ .

999. а) Недифференцируема при  $x=1$ ; б) недифференцируема при  $x=\frac{2k-1}{2}\pi$ ,  $k$ —целое; в) дифференцируема всюду;

г) недифференцируема при  $x=k\pi$ ,  $k$ —целое; д) недифференцируема при  $x=-1$ . 1000.  $f'_-(x)=f'_+(x)=\operatorname{sgn} x$  при  $x \neq 0$  и  $f'_-(0)=-1$ ,  $f'_+(0)=1$ . 1001.  $f'_-(x)=f'_+(x)=\pi[x]\cos\pi x$  при  $x \neq$  целому числу;  $f'_-(k)=\pi(k-1)(-1)^k$ ,  $f'_+(k)=\pi k \times$

$\times (-1)^k$  при  $k$  целом. 1002.  $f'_-(x)=f'_+(x)=\left(\cos\frac{\pi}{x}+\frac{\pi}{x} \times\right.$

$\left.\times\sin\frac{\pi}{x}\right)\cdot\operatorname{sgn}\left(\cos\frac{\pi}{x}\right)$  при  $x \neq \frac{2}{2k+1}$  ( $k$ —целое);  $f'_-\left(\frac{1}{2k+1}\right)=$

$=-(2k+1)\frac{\pi}{2}$ ,  $f'_+\left(\frac{2}{2k+1}\right)=(2k+1)\frac{\pi}{2}$ . 1003.  $f'_-(x)=$

$=f'_+(x)=\frac{x\cos x^2}{\sqrt{\sin x^2}}$  при  $\sqrt{2k\pi} < |x| < \sqrt{(2k+1)\pi}$  ( $k=0, 1,$

$2, \dots$ );  $f'_-(0)=-1$ ,  $f'_+(0)=1$ ;  $f'_\mp(\sqrt{(2k+1)\pi})=\mp\infty$ ,

$f'_\pm(\sqrt{2k\pi})=\pm\infty$  ( $k=1, 2, \dots$ ). 1004.  $f'_-(x)=f'_+(x)=$

$=\frac{1+\left(1+\frac{1}{x}\right)e^{1/x}}{(1+e^{1/x})^2}$  при  $x \neq 0$ ;  $f'_-(0)=1$ ,  $f'_+(0)=0$ . 1005.  $f'_-(x)=$

$=f'_+(x)=\frac{xe^{-x^2}}{\sqrt{1-e^{-x^2}}}$  при  $x \neq 0$ ;  $f'_-(0)=-1$ ,  $f'_+(0)=1$ .

1006.  $f'_-(x)=f'_+(x)=\frac{e}{x}$ , где  $e=-1$  при  $0 < |x| < 1$  и  $e=$

$=1$  при  $1 < |x| < +\infty$   $f'_-(\mp 1)=-1$ ,  $f'_+(\mp 1)=1$ . 1007.  $f'_-(x)=$

$=f'_+(x)=\frac{2\operatorname{sgn}(1-x^2)}{1+x^2}$  при  $x \neq \mp 1$ ;  $f'_-(\pm 1)=\mp 1$ ,  $f'_+(\pm 1)=$

$= \mp 1$ . 1008.  $f'_-(x) = f'_+(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{(x-2)^2+1}$  при  $x \neq 2$ ;  $f'_+(2) = \mp \pi/2$ . 1009. 1. а)  $f'_-(0) = -1/2$ ,  $f'_+(0) = 1/2$ ;

б)  $f'_-(1) = f'_+(1) = 1/2$ ; в)  $f'_-(0) = f'_+(0) = 0$ . 1010.  $a = 2x_0$ ;  $b = -x_0^2$ . 1011.  $a = f'_-(x_0)$ ;  $b = f(x_0) - x_0 f'_-(x_0)$ . 1012.  $A = \frac{k_1 + k_2}{(b-a)^2}$ ,  $c = \frac{ak_2 + bk_1}{k_1 + k_2}$ . 1013.  $a = \frac{3m^2}{2c}$ ,  $b = -\frac{m^2}{2c^3}$ .

1014. а) Можно; б) нельзя. 1015. а) Нельзя, б) нельзя.

1016. а), б), в) Функция  $F(x)$  может как иметь производную  $F'(x)$ , так и не иметь ее. 1017.  $x = k\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ).

1018. а) Не может; б) может. 1019. 1) Не обязательно; 2) обязательно. 1020. Не обязательно. 1021. Не следует. 1022. Не следует.

1023. Вообще говоря, нельзя. 1024.  $P_n = \frac{1-(n+1)x^n+nx^{n+1}}{(1-x)^2}$ ;  
 $Q_n = \frac{1+x-(n+1)^2x^n+(2n^2+2n-1)x^{n+1}-n^2x^{n+2}}{(1-x)^3}$ .

1025.  $S_n = \frac{\sin \frac{nx}{2} \sin \frac{n+1}{2x}}{\sin \frac{x}{2}}$ ;

$T_n = \frac{n \sin \frac{x}{2} \sin \frac{2n+1}{2} x - \sin^3 \frac{nx}{2}}{2 \sin^3 \frac{x}{2}}$ .

1025. 1.  $S_n = \frac{n \operatorname{sh} \frac{x}{2} \operatorname{sh} \left(n + \frac{1}{2}\right)x - \operatorname{sh}^2 \frac{nx}{2}}{2 \operatorname{sh}^2 \frac{x}{2}}$ . 1026.  $S_n =$

$= \frac{1}{2^n} \operatorname{ctg} \frac{x}{2^n} - \operatorname{ctg} x$ . 1029.  $40\pi \text{ см}^2/\text{с}$ . 1030.  $25 \text{ м}^2/\text{с}$ ;  $0,4 \text{ м}/\text{с}$ .

1031. 50 км/ч. 1032.  $S(x) = \frac{x^2}{2}$ , если  $0 \leq x \leq 2$ ;  $S(x) = x^3 -$

$-2x+2$ , если  $x > 2$ ;  $S'(x) = x$ , если  $0 \leq x \leq 2$ ;  $S'(x) = 2x-2$ ,

если  $x > 2$ . 1033.  $S(x) = \frac{|x|}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{|x|}{a}$ ;

$S'(x) = \sqrt{a^2 - x^2} \operatorname{sgn} x$  ( $0 < |x| \leq a$ ). 1034.  $y'_x = \frac{1}{3(y^2+1)}$ .

1035.  $y'_x = \frac{1}{1 - e \cos y}$ . 1036. а)  $-\infty < y < +\infty$ ;  $x'_y = \frac{x}{x+1}$ ;

б)  $-\infty < y < +\infty$ ;  $x'_y = \frac{1}{1-x+y}$ ; в)  $-\infty < y < +\infty$ .

$$x'_y = \frac{1}{\sqrt{1+y^2}}; \quad \text{в) } -1 < y < 1; \quad x'_y = \frac{1}{1-y^2}. \quad 1037. \text{ а) } x_1 =$$

$$= -\sqrt{1+\sqrt{1-y}} \quad (-\infty < y \leq 1); \quad x_2 = -\sqrt{1-\sqrt{1-y}}$$

$$(0 \leq y \leq 1); \quad x_3 = \sqrt{1-\sqrt{1-y}} \quad (0 \leq y \leq 1); \quad x_4 = \sqrt{1+\sqrt{1-y}}$$

$$(-\infty < y \leq 1); \quad x'_i = \frac{1}{4x(1-x^2)} \quad (i = 1, 2, 3, 4). \quad \text{б) } x_1 =$$

$$= -\sqrt{\frac{y}{1-y}} \quad (0 \leq y < 1); \quad x_2 = \sqrt{\frac{y}{1-y}} \quad (0 \leq y < 1); \quad x'_i =$$

$$= \frac{x^3}{2y^2} \quad (i = 1, 2); \quad \text{в) } x_1 = -\ln(1+\sqrt{1-y}) \quad (-\infty < y \leq 1);$$

$$x_2 = \ln \frac{1+\sqrt{1-y}}{y} \quad (0 < y \leq 1); \quad x'_i = -\frac{1}{2(e^{-x}-e^{-2x})} \quad (i = 1, 2).$$

$$1038. y'_x = -\frac{3}{2}(1+t); \quad -3; \quad -\frac{3}{2} \quad \text{и} \quad -\frac{9}{2}; \quad (-4; 4).$$

$$1039. \sqrt[6]{\frac{(1-\sqrt{t})^4}{t(1-\sqrt[3]{t})^3}} \quad (t > 0, \quad t \neq 1). \quad 1040. \quad y'_x = -1$$

$$(0 < x < 1). \quad 1041. y'_x = -\frac{b}{a} \operatorname{ctg} t \quad (0 < |t| < \pi). \quad 1042. \quad y'_x = \frac{b}{a} \times$$

$$\times \operatorname{cth} t \quad (|t| > 0). \quad 1043. \quad y'_x = -\operatorname{tg} t \left( t \neq \frac{2k+1}{2}\pi, \quad k \text{ — целое} \right).$$

$$1044. \quad y'_x = \operatorname{ctg} \frac{t}{2} \quad (t \neq 2k\pi, \quad k \text{ — целое}). \quad 1045. \quad y'_x = \operatorname{tg} t \times$$

$$\times g\left(t + \frac{\pi}{4}\right) \left( t \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, \quad t \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \right). \quad 1046. \quad y'_x = \operatorname{sgn} t$$

$$(0 < |t| < +\infty). \quad 1048. \quad y' = \frac{1-x-y}{x-y}; \quad \frac{1}{2}, \quad -\frac{1}{2}. \quad 1049. \quad \frac{p}{y}.$$

$$1050. \quad -\frac{b^2x}{a^2y}. \quad 1051. \quad -\sqrt{\frac{y}{x}}. \quad 1052. \quad -\sqrt[3]{\frac{y}{x}}.$$

$$1053. \quad \frac{x+y}{x-y}. \quad 1054. \text{ а) } \operatorname{tg}(\varphi + \operatorname{arctg} \varphi); \quad \text{б) } -\operatorname{ctg} \frac{3\varphi}{2} \left( \varphi \neq 0, \right.$$

$$\left. \varphi \neq \pm \frac{2\pi}{3} \right); \quad \text{в) } \operatorname{tg} \left( \varphi + \operatorname{arctg} \frac{1}{m} \right). \quad 1055. \text{ а) } y = \sqrt[3]{4}(x+1);$$

$$y = -\frac{\sqrt[3]{2}}{2}(x+1); \quad \text{б) } y = 3, \quad x = 2; \quad \text{в) } x = 3, \quad y = 0.$$

$$1056. \text{ а) } \left( \frac{1}{2}, \quad 2 \frac{1}{4} \right); \quad \text{б) } (0, 2). \quad 1058. |x| < \frac{\pi}{3} \quad \text{и} \quad -\frac{2\pi}{3} <$$

$$<|x|\leq\pi. \quad 1059. \max |y_1 - y'| = 10\pi \approx 31,4. \quad 1060. \frac{\pi}{4}.$$

$$1061. \frac{\pi}{2}; \quad \operatorname{arctg} \frac{3}{4} \approx \operatorname{arc} 37^\circ. \quad 1062. \operatorname{arctg} 2\sqrt{2} \approx \operatorname{arc} 70^\circ 30'.$$

$$1063. n > 57,3. \quad 1064. \text{a) } 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{|a|}; \text{ б) } \frac{\pi}{2}. \quad 1066. \left| \frac{x}{n} \right|.$$

$$1069. \frac{y_0^2}{|a|}. \quad 1071. b^2 - 4ac = 0. \quad 1072. \left( \frac{p}{3} \right)^3 + \left( \frac{q}{2} \right)^2 = 0.$$

$$1073. a = \frac{1}{2e}. \quad 1077. \text{а) } 3x - 2y = 0, 2x + 3y = 0; \text{ б) } 3x - y = -1 = 0, x + 3y - 7 = 0. \quad 1078. \text{а) } y = x, y = -x; \text{ б) } 3x - y = -4 = 0, x + 3y - 3 = 0; \text{ в) } y = -x, y = x. \quad 1079. y - 2a = -(x - at_0) \operatorname{ctg} \frac{t_0}{2}. \quad \text{Касательная к циклоиде перпендикулярна}$$

к отрезку, соединяющему точку касания с точкой соприкосновения катящегося круга. 1081.  $3x + 5y - 50 = 0, 5x - 3y - 10,8 = 0. \quad 1082. x + 2y - 3 = 0, 2x - y - 1 = 0. \quad 1083. \Delta f(1) = \Delta x + + 3(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3; df(1) = \Delta x. \text{ а) } 5, 1; \text{ б) } 0,131, 0,1; \text{ в) } 0,010301, 0,01.$

$$1084. \Delta x = 20\Delta t + 5(\Delta t)^2, dx = 20\Delta t; \text{ а) } 25 \text{ м}, 20 \text{ м}; \text{ б) } 2,05 \text{ м}, 2 \text{ м}; \text{ в) } 0,020005 \text{ м}, 0,02 \text{ м}. \quad 1085. -\frac{dx}{x^2} (x \neq 0). \quad 1086. \frac{dx}{a^2 + x^2}.$$

$$1087. \frac{dx}{x^2 - a^2} (|x| \neq |a|). \quad 1088. \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}}. \quad 1089. \frac{\operatorname{sgn} a}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$$

$$(|x| < |a|). \quad 1090. \text{а) } (1+x)e^x dx; \text{ б) } x \sin x dx; \text{ в) } -\frac{3dx}{x^4}$$

$$(x \neq 0); \quad \text{г) } \frac{2 - \ln x}{2x \sqrt{x}} dx (x > 0); \quad \text{д) } \frac{x dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}; \quad \text{е) } \frac{dx}{(1 - x^2)^{3/2}}$$

$$(|x| < 1); \quad \text{ж) } -\frac{2x dx}{1 - x^2} (|x| < 1); \quad \text{з) } \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - 1}} (|x| > 1);$$

$$\text{и) } \frac{dx}{\cos^3 x} \left( x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \text{ — целое} \right). \quad 1091. vw du + uw dv +$$

$$+ uv dw. \quad 1092. \frac{v du - 2u dv}{v^3} (v \neq 0). \quad 1093. -\frac{u du + v dv}{(u^2 + v^2)^{3/2}}$$

$$(u^2 + v^2 > 0). \quad 1094. \frac{v du - u dv}{u^2 + v^2} (u^2 + v^2 > 0). \quad 1095. \frac{u du + v dv}{u^2 + v^2}$$

$$(u^2 + v^2 > 0). \quad 1096. \text{а) } 1 - 4x^3 - 3x^6; \text{ б) } \frac{1}{2x^2} \left( \cos x - \frac{\sin x}{x} \right);$$

$$\text{в) } -\operatorname{ctg} x (x \neq k\pi, k \text{ — целое}); \quad \text{г) } -\operatorname{tg}^2 x \left( x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \text{ — це-} \right)$$

лое); д)  $-1(|x| < 1)$ . 1097. а) Увеличится на  $104,7 \text{ см}^2$ ;

б) уменьшится на  $43,6 \text{ см}^2$ . 1098. Увеличить на  $2,23 \text{ см}$ .

1099. 1,007 (по таблицам: 1,0066). 1100. 0,4849 (по таблицам:

0,4848). 1101.  $-0,8747$  (по таблицам:  $-0,8746$ ). 1102.  $0,8104 =$

$= \arcsin 46^\circ 26'$  (по таблицам:  $\arcsin 46^\circ 24'$ ). 1103. 1,043 (по таблицам: 1,041). 1104. а) 2,25 (по таблицам: 2,24); б) 5,833 (по таблицам: 5,831); в) 10,9546 (по таблицам: 10,9545). 1105.

а) 2,083 (по таблицам: 2,080); б) 2,9907 (по таблицам: 2,9907);

в) 1,938 (по таблицам: 1,931); г) 1,9954 (по таблицам: 1,9953).

1106.  $0,24 \text{ м}^2$ ; 4,2 %. 1107.  $\delta_R \leqslant 0,33 \%$ . 1108. а)  $\delta_g = \delta_i$ ;

б)  $\delta_g = 2\delta_T$ . 1109. 0,43δ. 1111.  $\frac{x(3+2x^2)}{(1+x^2)^{3/2}}$ . 1112.  $\frac{3x}{(1-x^2)^{5/2}}$   
 $(|x| < 1)$ . 1113.  $2e^{-x^2}(2x^2 - 1)$ . 1114.  $\frac{2\sin x}{\cos^3 x}$   $\left(x \neq \frac{2k+1}{2}\pi, k = 0, \pm 1, \dots\right)$ . 1115.  $\frac{2x}{1+x^2} + 2\operatorname{arctg} x$ . 1116.  $\frac{3x}{(1-x^2)^2} +$

$+ \frac{(1+2x^2)\arcsin x}{(1-x^2)^{5/2}} (|x| < 1)$ . 1117.  $\frac{1}{x} (x > 0)$ . 1118.  $\frac{f(x)f''(x)-f'^2(x)}{f^2(x)}$   
 $(f(x) > 0)$ . 1119.  $-\frac{2}{x} \sin(\ln x) (x > 0)$ . 1120.  $y(0) = 1, y'(0) =$

$= 1, y''(0) = 0$ . 1121.  $2(uu'' + u'^2)$ . 1122.  $\frac{uu'' - u'^2}{u^2} - \frac{uv'' - v'^2}{v^2}$

$(uv > 0)$ . 1123.  $\frac{(u^2+v^2)(uu''+vv'')+(u'v-uv')^2}{(u^2+v^2)^{3/2}} (u^2+v^2 > 0)$ .

1124.  $y'' = u^v \left[ \left( v \frac{u'}{u} + v' \ln u \right)^2 + v \frac{uu'' - u'^2}{u^2} + \frac{2u'v'}{u} + u'' \ln u \right]$ .

1125.  $y'' = 4x^2f''(x^2) + 2f'(x^2); \quad y''' = 8x^3f'''(x^2) + 12xf''(x^2)$ .

1126.  $y'' = \frac{1}{x^4} f''\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{2}{x^3} f'\left(\frac{1}{x}\right); \quad y''' =$

$= -\frac{1}{x^5} f'''\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{6}{x^6} f''\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{6}{x^4} f'\left(\frac{1}{x}\right)$ . 1127.  $y'' =$

$= e^{2x}f''(e^x) + e^xf'(e^x); \quad y''' = e^{3x}f'''(e^x) + 3e^{2x}f''(e^x) + e^xf'(e^x)$ .

1128.  $y'' = \frac{1}{x^2} [f''(\ln x) - f'(\ln x)]; \quad y''' = \frac{1}{x^3} [f'''(\ln x) -$

$- 3f''(\ln x) + 2f'(\ln x)]$ . 1129.  $y'' = \varphi'^2(x)f''(\varphi(x)) +$   
 $+ \varphi''(x)f'(\varphi(x)); \quad y''' = \varphi'^3(x)f'''(\varphi(x)) + 3\varphi'(x)\varphi''(x)f''(\varphi(x)) +$

$+ \varphi''(x)f'(\varphi(x))$ . 1130. а)  $e^x dx^2$ ; б)  $e^x(dx^2 + d^2 x)$ .

1131.  $\frac{dx^2}{(1+x^2)^{3/2}}$ . 1132.  $\frac{2\ln x - 3}{x^3} dx^2 (x > 0)$ .

1133.  $x^x \left[ (1 + \ln x)^2 + \frac{1}{x} \right] dx^2.$       1134.  $ud^2v + 2dudo + vd^2u.$

1135.  $\frac{(v d^2u - u d^2v) - 2dv(v du - u dv)}{1} (v > 0).$

1136.  $u^{m-2}v^{n-2} \left[ [m(m-1)v^2du^2 + 2mnvdudv + n(n-1)u^2dv^2] + uv(mvd^2u + nud^2v) \right].$       1137.  $a^u \ln a (du^2 \ln a + d^2u).$

1138.  $[(v^2 - u^2)du^2 - 4uvdudv + (u^2 - v^2)dv^2 + (u^2 + v^2)(ud^2u + vd^2v)](u^2 + v^2)^{-2} (u^2 + v^2 > 0).$       1139.  $[-2uvdu^2 + 2(u^2 - v^2)dudv + 2uvdv^2 + (u^2 + v^2)(vd^2u - ud^2v)](u^2 + v^2)^{-2} (u^2 + v^2 > 0).$

1140.  $y'' = \frac{3}{4(1-t)};$        $y''' = \frac{3}{8(1-t)^3} (t \neq 1).$

1141.  $y'' = -\frac{1}{a \sin^3 t};$        $y''' = -\frac{3 \cos t}{a^2 \sin^5 t} (t \neq k\pi,$

$k$  — целое).      1142.  $y'' = -\frac{1}{4a \sin^4 \frac{t}{2}};$        $y''' = \frac{\cos \frac{t}{2}}{4a^2 \sin^7 \frac{t}{2}}$

$(t \neq 2k\pi, \quad k$  — целое).      1143.  $y'' = \frac{e^{-t}}{\sqrt{2} \cos^3 \left( t + \frac{\pi}{4} \right)};$

$$y''' = \frac{e^{-2t}(2 \sin t + \cos t)}{\sqrt{2} \cos^5 \left( t + \frac{\pi}{4} \right)} \left( t \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, k = 0, \pm 1, \dots \right).$$

1144.  $y'' = \frac{1}{f''(t)};$        $y''' = -\frac{f'''(t)}{f''^3(t)} (f''(t) \neq 0).$

1145.  $x' = \frac{1}{y'};$        $x'' = -\frac{y''}{y'^3};$        $x''' = -\frac{y'y''' - 3y''^2}{y'^5};$

$x^{IV} = -\frac{y'^2y^{IV} - 10y'y''y''' + 15y''^3}{y'^7} (y' \neq 0).$       1146.  $-\frac{x}{y},$

$$-\frac{25}{y^3}, \quad -\frac{75x}{y^5}; \quad -\frac{3}{4}, \quad -\frac{25}{64}, \quad -\frac{225}{1024}.$$

1147.  $\frac{p}{y},$        $-\frac{p^2}{y^3},$        $\frac{3p^3}{y^5}.$       1148.  $y' = \frac{2x-y}{x-2y},$

$y'' = \frac{6}{(x-2y)^3},$        $y''' = \frac{54x}{(x-2y)^5}.$       1149.  $y' = \frac{2x^3y}{1+y^2};$

$y'' = \frac{2x^2y}{(1+y^2)^3} [3(1+y^2)^2 + 2x^4(1-y^2)].$       1150.  $y' =$

$$= \frac{x+y}{x-y}; \quad y'' = \frac{2(x^2+y^2)}{(x-y)^3}. \quad 1151. \quad a = \frac{1}{2} f''(x_0);$$

$$b = f'(x_0); \quad c = f(x_0). \quad 1152. \quad 20 - 10t, \quad -10; \quad 0, \quad -10.$$

$$1153. \quad v = -\frac{2\pi a}{T} \sin \frac{2\pi}{T} t, \quad j = -\frac{4\pi^2 a}{T^2} \cos \frac{2\pi}{T} t.$$

$$1154. \quad x = v_0 t \cos \alpha, \quad y = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}; \quad v =$$

$$= \sqrt{v_0^2 - 2v_0 g t \sin \alpha + g^2 t^2}; \quad j = g; \quad y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g x^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha};$$

$$\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}; \quad \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha. \quad 1155. \quad x^3 + y^3 = 25; \quad 5|\omega|, \quad 5\omega^3.$$

$$1156. \quad y^{(6)} = 4 \cdot 6!; \quad y^{(7)} = 0. \quad 1157. \quad y''' = -\frac{am(m+1)(m+2)}{x^{m+3}}$$

$$(x \neq 0). \quad 1158. \quad y^{(10)} = -\frac{17!!}{2^{10} x^9 \sqrt{x}} \quad (x > 0),$$

где  $n!!$  обозначает произведение натуральных чисел, не превышающих числа  $n$ , и одинаковой четности с ним, т. е.  $17!! =$

$$= 1 \cdot 3 \cdot 5 \dots 17. \quad 1159. \quad y^{(8)} = \frac{8!}{(1-x)^9} \quad (x \neq 1).$$

$$1160. \quad y^{(100)} = \frac{197!!(399-x)}{2^{100}(1-x)^{100}\sqrt{1-x}} \quad (x < 1).$$

$$1161. \quad y^{(20)} = 2^{20} e^{2x} (x^2 + 20x + 95). \quad 1162. \quad y^{(10)} = e^x \times \\ \times \sum_{i=1}^{10} (-1)^i \frac{A_{10}^i}{x^{i+1}}, \quad \text{где } A_{10}^i = 10 \cdot 9 \dots (11-i) \text{ и } A_{10}^0 = 1.$$

$$1163. \quad y^{(5)} = -\frac{6}{x^4} \quad (x > 0). \quad 1164. \quad y^{(5)} = \frac{274}{x^6} - \frac{120}{x^8} \ln x \quad (x > 0).$$

$$1165. \quad y^{(50)} = 2^{50} \left( -x^2 \sin 2x + 50x \cos 2x + \frac{1225}{2} \sin 2x \right).$$

$$1166. \quad y''' = \frac{27(1-3x)^2 - 36}{(1-3x)^{7/3}} \sin 3x - \frac{27(1-3x)^2 - 28}{(1-3x)^{10/3}} \cos 3x$$

$$\left( x \neq -\frac{1}{3} \right). \quad 1167. \quad y^{(10)} = -2^8 \sin 2x - 2^{18} \sin 4x + 2^8 \cdot 3^{10} \sin 6x.$$

$$1168. \quad y^{(100)} = x \operatorname{sh} x + 100 \operatorname{ch} x. \quad 1169. \quad y^{IV} = -4e^x \cos x.$$

$$1170. \quad y^{(6)} = -\frac{60}{x^6} + \left( \frac{144}{x^5} - \frac{160}{x^3} - \frac{96}{x} \right) \sin 2x + \\ + \left( \frac{60}{x^6} - \frac{180}{x^4} + \frac{120}{x^2} + 32 \ln x \right) \cos 2x.$$

$$1171. \quad 120dx^5. \quad 1172. \quad -\frac{15}{8x^3 \sqrt{x}} dx^3 \quad (x > 0).$$

$$1173. \quad -1024(x \cos 2x + 5 \sin 2x) dx^{10}. \quad 1174. \quad e^x \left( \ln x + \right)$$

$$+ \frac{4}{x} - \frac{6}{x^2} + \frac{8}{x^3} - \frac{6}{x^4} \Big) dx^4. \quad 1175. \quad 8 \sin x \operatorname{sh} x dx^8$$

$$1176. \quad 2ud^{10}u + 20dud^9u + 90d^2ud^8u + 240d^3ud^7u + 420d^4ud^6u + \\ + 252(d^2u)^2. \quad 1177. \quad e^u (du^4 + 6du^2d^2u + 4dud^3u + 3d^2u^2 + d^4u).$$

$$1178. \quad \frac{2du^2}{u^3} - \frac{3dud^2u}{u^2} + \frac{d^3u}{u}. \quad 1179. \quad d^2y = y''dx^2 +$$

$$+ y'd^2x; \quad d^2y = y'''dx^3 + 3y''dxd^2x + y'd^3x; \quad d^4y = y_1vdx^4 + \\ + 6y''dx^2d^2x + 4y''dxd^3x + 3y''d^2x^2 + y'd^4x. \quad 1180. \quad y'' =$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} dx & dy \\ d^2x & d^2y \end{vmatrix}}{d^3x}; \quad y''' = \frac{\begin{vmatrix} dx & dy \\ d^3x & d^3y \end{vmatrix} - 3d^2x \begin{vmatrix} dx & dy \\ d^2x & d^2y \end{vmatrix}}{dx^5}.$$

$$1187. \quad P^{(n)}(x) = a_0 n! \quad 1188. \quad \frac{(-1)^{n-1} n! c^{n-1} (ad - bc)}{(cx + d)^{n+1}}.$$

$$1189. \quad n! \left[ \frac{(-1)^n}{x^{n+1}} + \frac{1}{(1-x)^{n+1}} \right]. \quad 1190. \quad (-1)^n n! \times$$

$$\times \left[ \frac{1}{(x-2)^{n+1}} - \frac{1}{(x-1)^{n+1}} \right]. \quad 1191. \quad \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{(1-2x)^{n+1/2}}$$

$$\left( x < \frac{1}{2} \right). \quad 1192. \quad \frac{(-1)^{n+1} \cdot 1 \cdot 4 \dots (3n-5)(3n+2x)}{3^n (1+x)^{n+1/3}}$$

$$(n \geq 2; \quad x \neq -1). \quad 1193. \quad -2^{n-1} \cos \left( 2x + \frac{n\pi}{2} \right).$$

$$1194. \quad 2^{n-1} \cos \left( 2x + \frac{n\pi}{2} \right). \quad 1195. \quad \frac{3}{4} \sin \left( x + \frac{n\pi}{2} \right) -$$

$$- \frac{3}{4} \sin \left( 3x + \frac{n\pi}{2} \right). \quad 1196. \quad \frac{3}{4} \cos \left( x + \frac{n\pi}{2} \right) +$$

$$+ \frac{3}{4} \cos \left( 3x + \frac{n\pi}{2} \right). \quad 1197. \quad \frac{(a-b)^n}{2} \cos [(a-b)x +$$

$$+ \frac{n\pi}{2}] - \frac{(a+b)^n}{2} \cos \left[ (a+b)x + \frac{n\pi}{2} \right].$$

$$1198. \quad \frac{(a-b)^n}{2} \cos \left[ (a-b)x + \frac{n\pi}{2} \right] +$$

$$+ \frac{(a+b)^n}{2} \cos \left[ (a+b)x - \frac{n\pi}{2} \right]. \quad 1199. \quad \frac{(a-b)^n}{2} \times$$

$$\times \sin \left[ (a-b)x + \frac{n\pi}{2} \right] + \frac{(a+b)^n}{2} \sin \left[ (a+b)x + \frac{n\pi}{2} \right].$$

$$1200. \quad \frac{b^n}{2} \cos \left( bx + \frac{n\pi}{2} \right) - \frac{(2a-b)^n}{4} \cos \left[ (2a-b)x + \right.$$

$$\left. + \frac{n\pi}{2} \right] - \frac{(2a+b)^n}{4} \cos \left[ (2a+b)x + \frac{n\pi}{2} \right].$$

1201.  $4^{n-1} \cos\left(4x + \frac{n\pi}{2}\right).$  1202.  $a^n x \cos\left(ax + \frac{n\pi}{2}\right) +$   
 $+ na^{n-1} \sin\left(ax + \frac{n\pi}{2}\right).$  1203.  $a^n \left[x^2 - \frac{n(n-1)}{a^2}\right] \times$

$\times \sin\left(ax + \frac{n\pi}{2}\right) - 2na^{n-1}x \cos\left(ax + \frac{n\pi}{2}\right).$

1204.  $(-1)^n e^{-x} [x^2 - 2(n-1)x + (n-1)(n-2)].$

1205.  $e^x \left\{ \frac{1}{x} + \sum_{k=1}^n (-1)^k \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{x^{k+1}} \right\}.$

1206.  $e^x 2^{n/2} \cos\left(x + \frac{n\pi}{4}\right).$  1207.  $e^x 2^{n/2} \sin\left(x + \frac{n\pi}{4}\right).$

1208.  $\frac{(n-1)! b^n}{(a^2 - b^2 x^2)^n} [(a+bx)^n + (-1)^{n-1} (a+bx)^n]$  ( $|x| < \left|\frac{a}{b}\right|$ ). 1209.  $e^{ax} [a^n P(x) + C_n^1 a^{n-1} P'(x) + \dots + P^{(n)}(x)].$

1210.  $\frac{1}{2} \{[(x+n) - (-1)^n(x-n)] \operatorname{ch} x + [(x+n) +$

$+ (-1)^n(x-n)] \operatorname{sh} x\}.$  1211.  $d^n y = e^x [x^n +$   
 $+ n^2 x^{n-1} + \frac{n^2(n-1)^2}{2!} x^{n-2} + \dots + n!]$   $dx^n.$

1212.  $\frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}} \left\{ \ln x - \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \right\} dx^n (x > 0).$

1214. a)  $(a^2 + b^2)^{n/2} \left[ \cos\left(n\varphi - \frac{n\pi}{2}\right) \operatorname{ch} ax \cos\left(bx + \frac{n\pi}{2}\right) - \right.$   
 $- \sin\left(n\varphi - \frac{n\pi}{2}\right) \operatorname{sh} ax \sin\left(bx + \frac{n\pi}{2}\right) \left. \right];$

b)  $(a^2 + b^2)^{n/2} \left[ \cos\left(n\varphi - \frac{n\pi}{2}\right) \operatorname{ch} ax \sin\left(bx + \frac{n\pi}{2}\right) + \right.$

$+ \sin\left(n\varphi - \frac{n\pi}{2}\right) \operatorname{sh} ax \cos\left(bx + \frac{n\pi}{2}\right) \left. \right],$  где  $\cos \varphi =$

$= \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \sin \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$  1215.  $f^{(n)}(x) =$

$= \sum_{k=0}^{p-1} (-1)^{p+k} 2^{n-2p+1} (p-k)^n C_{2p}^k \cos\left[(2p-2k)x + \frac{n\pi}{2}\right].$

1216. a)  $\sum_{k=0}^p (-1)^{p+k} \frac{(2p-2k+1)^n}{2^{2p}} C_{2p+1}^k \times$

$$\begin{aligned} & \times \sin \left[ (2p - 2k + 1)x + \frac{n\pi}{2} \right]; \quad 6) \quad \sum_{k=0}^{p-1} 2^{n-2p+1} (p-k)^n C_{2p}^k \times \\ & \times \cos \left[ (2p - 2k)x + \frac{n\pi}{2} \right]; \quad 8) \quad \sum_{k=0}^p \left\{ \frac{(2p - 2k + 1)^n}{2^{2p}} \times \right. \\ & \left. \times C_{2p+1}^k \cos \left[ (2p - 2k + 1)x + \frac{n\pi}{2} \right] \right\}. \end{aligned}$$

1218.  $\frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{(1+x^2)^{n/2}} \sin(n \operatorname{arctg} x) (x \neq 0).$

1219. a)  $\frac{n!}{3} [2^{n+1} + (-1)^n]; \quad 6) \quad \frac{n(2n-3)!!}{2^{n-1}} (n > 1).$

1220. a)  $n(n-1)a^{n-2}; \quad 6) \quad f^{(2k)}(0) = 0, \quad f^{(2k+1)}(0) = (-1)^k (2k!) \quad (k = 0, 1, 2, \dots); \quad b) \quad f^{(2k)}(0) = 0, \quad f^{(2k+1)}(0) = [1 \cdot 3 \dots (2k-1)]^2 \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad 1221. a) \quad f^{(2k)}(0) = (-1)^k m^2 (m^2 - 2^2) \dots [m^2 - (2k-2)^2], \quad f^{(2k-1)}(0) = 0; \\ 6) \quad f^{(2k)}(0) = 0, \quad f'(0) = m, \quad f^{(2k+1)}(0) = (-1)^k m (m^2 - 1^2) \dots [m^2 - (2k-1)^2] \quad (k = 1, 2, \dots). \quad 1222. a) \quad f^{(2k)}(0) = (-1)^{k-1} \cdot 2(2k-1)! \left( 1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2k-1} \right), \\ f^{(2k-1)}(0) = 0 \quad (k = 1, 2, \dots); \quad 6) \quad f^{(2k)}(0) = 2^{2k-1} [(k-1)!]^2, \\ f^{(2k-1)}(0) = 0 \quad (k = 1, 2, \dots). \quad 1223. n! \varphi(a).$

1228.  $L_m(x) = (-1)^m \left[ x^m - m^2 x^{m-1} + \frac{m^2(m-1)^2}{1 \cdot 2} x^{m-2} + \dots + (-1)^m m! \right]. \quad 1231. \quad H_m(x) = (2x)^m - \frac{m(m-1)}{1!} (2x)^{m-2} +$

$$+ \frac{m(m-1)(m-2) \cdot (m-3)}{2!} (2x)^{m-4} - \dots \quad 1236. \quad \text{При } x = 0$$

не существует конечной производной  $f'(x)$ . 1244.  $A(-1, -1)$ ,

$C(1, 1)$ . 1245. Не верна. 1246. a)  $\theta = 1/2$ ; b)  $\theta =$

$$= \frac{\sqrt{x^2 + x\Delta x + \frac{1}{3}(\Delta x)^2} - x}{\Delta x} \quad (x \geq 0, \quad \Delta x > 0); \quad b) \theta = \frac{x}{\Delta x} \left( \sqrt{1 + \frac{\Delta x}{x}} - 1 \right) (x(x + \Delta x) > 0); \quad r) \theta = \frac{1}{\Delta x} \ln \frac{e^{\Delta x} - 1}{\Delta x}.$$

1248.  $c = \frac{1}{2}$  или  $\sqrt{2}$ . 1250. Вообще говоря, нет. 1261.  $f(x) =$

$= c_0 + c_1 x + \dots + c_{n-1} x^{n-1}$ , где  $c_i (i = 0, 1, \dots, n-1)$  постоянны. 1268. При  $-\infty < x < \frac{1}{2}$  функция возрастает, при

$\frac{1}{2} < x < +\infty$  убывает. 1269. При  $-\infty < x < -1$  функция

убывает, при  $-1 < x < 1$  возрастает; при  $1 < x < +\infty$  убывает. 1270. При  $-\infty < x < -1$  функция убывает, при  $-1 < x < 1$  функция возрастает; при  $1 < x < +\infty$  убывает.

1271. При  $0 < x < 100$  функция возрастает; при  $100 < x < +\infty$  убывает. 1272. Функция возрастает. 1273. В промежутках  $\left(\frac{k\pi}{2}, \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$  функция возрастает; в промежутках

$\left(\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}, \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$  убывает ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ).

1274. В промежутках  $\left(\frac{1}{2k+1}, \frac{1}{2k}\right)$  и  $\left(-\frac{1}{2k+1}, -\frac{1}{2k+2}\right)$

функция возрастает; в промежутках  $\left(\frac{1}{2k+2}, \frac{1}{2k+1}\right)$  и

$\left(-\frac{1}{2k}, -\frac{1}{2k+1}\right)$  убывает ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ). 1275. При

$-\infty < x < 0$  функция убывает; при  $0 < x < \frac{2}{\ln 2}$  возрастает;

при  $\frac{2}{\ln 2} < x < +\infty$  убывает. 1276. При  $0 < x < n$  функция

возрастает; при  $n < x < +\infty$  убывает. 1277. Убывает при  $-\infty < x < -1$  и  $0 < x < 1$ ; возрастает при  $-1 < x < 0$  и  $1 < x < +\infty$ . 1278. В промежутках  $(e^{-7\pi/12+2k\pi}, e^{13\pi/12+2k\pi})$

функция возрастает; в промежутках  $(e^{13\pi/12+2k\pi}, e^{17\pi/12+2k\pi})$  убывает ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). 1283. Не обязательно.

1298. В точке  $A$  кривая вогнута вверх; в точке  $B$  вогнута вниз;  $C$  — точка перегиба. 1299. График при  $-\infty < x < 1$  вогнут вверх; при  $1 < x < +\infty$  вогнут вниз,  $x = 1$  — точка

перегиба. 1300. При  $|x| < \frac{a}{\sqrt{3}}$  — вогнутость вниз; при  $|x| >$

$> \frac{a}{\sqrt{3}}$  — вогнутость вверх,  $x = \pm \frac{a}{\sqrt{3}}$  — точки перегиба.

1301. При  $x < 0$  — вогнутость вниз; при  $x > 0$  — вогнутость вверх;  $x = 0$  — точки перегиба. 1302. Вогнутость вверх. 1303. При  $2k\pi < x < (2k+1)\pi$  — вогнутость вниз; при  $(2k+1)\pi < x < (2k+2)\pi$  — вогнутость вверх;  $x = k\pi$  — точки перегиба ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). 1304. При  $|x| < \sqrt{1/2}$  — вогнутость вниз; при  $|x| > \sqrt{1/2}$  — вогнутость вверх;  $x = \pm \sqrt{1/2}$  — точки перегиба. 1305. При  $|x| < 1$  — вогнутость вверх; при  $|x| >$

$x > 1$  — вогнутость вниз;  $x = \pm 1$  — точки перегиба. 1306. При  $e^{2k\pi-3\pi/4} < x < e^{2k\pi+\pi/4}$  — вогнутость вверх; при  $e^{2k\pi+\pi/4} < x < e^{2k\pi+5\pi/4}$  — вогнутость вниз;  $x = e^{k\pi+\pi/4}$  — точки перегиба ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). 1307. Вогнутость вверх при  $0 < x < +\infty$ . 1309.  $h = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}}$ . 1310. Вогнута вниз (при  $a > 0$ ). 1318.  $\frac{a}{b}$ . 1319. 1. 1320. 2. 1321. — 2. 1322.  $\frac{1}{3}$ .

$$1323. -\frac{1}{3}. \quad 1324. \frac{1}{3}. \quad 1325. \frac{1}{6}. \quad 1326. -\frac{1}{2}. \quad 1327. 1.$$

$$1328. \frac{a-b}{3ab}. \quad 1329. \frac{1}{6} \ln a. \quad 1330. -2. \quad 1331. 1. \quad 1332. \left(\frac{a}{b}\right)^2.$$

$$1333. \frac{1}{6}. \quad 1334. \frac{2}{3}. \quad 1335. 1. \quad 1336. 0. \quad 1337. 0. \quad 1338. 0.$$

$$1339. 0. \quad 1340. 0. \quad 1341. 0. \quad 1342. 1. \quad 1343. 1. \quad 1344. -1. \quad 1345. e^k.$$

$$1346. e^{-1}. \quad 1347. e^{2/\pi}. \quad 1348. e^{-1}. \quad 1349. 1. \quad 1350. 1. \quad 1351. 1.$$

$$1352. e^{2/\sin 2a} \left( a \neq \frac{k\pi}{2}, \quad k \text{ — целое} \right). \quad 1353. e^{1/2(\ln^2 a - \ln^2 b)}.$$

$$1354. \frac{1}{2}. \quad 1355. \frac{1}{2}. \quad 1356. 0. \quad 1357. -\frac{1}{2}. \quad 1358. a^a (\ln a - 1).$$

$$1359. -\frac{e}{2}. \quad 1360. \frac{1}{a}. \quad 1361. e^{-2/\pi}. \quad 1362. 1. \quad 1363. e^{1/6}.$$

$$1363. 1. \quad e^{-1/6}. \quad 1363. 2. \quad e^{1/3}. \quad 1363. 3. \quad e^{-1/3}. \quad 1363. 4. \quad e^{-1/6}. \quad 1364. e^{-1/2}.$$

$$1365. e^{-2/\pi}. \quad 1366. e^{-1}. \quad 1367. \frac{mn}{n-m}. \quad 1368. \sqrt{e}. \quad 1368. 1. 0.$$

$$1369. -\frac{1}{6}. \quad 1370. a. \quad 1371. \operatorname{tg} \alpha. \quad 1373. 1. \quad f'(0) = -\frac{1}{12}.$$

$$1373. 2. \quad y = \frac{1}{e} \left( x + \frac{1}{2} \right). \quad 1374. \text{a) Правило Лопитала неприменимо, предел равен нулю; б) правило Лопитала неприменимо, предел равен 1; в) формально примененное правило Лопитала дает неверный результат, равный 0, предел не существует; г) применение правила Лопитала незаконно и приводит к неверному результату, равному нулю, предел не существует.}$$

$$1375. \frac{4}{3}. \quad 1376. 5 - 13(x+1) + 11(x+1)^2 - 2(x+1)^3. \quad 1377. 1 +$$

$$+ 2x + 2x^2 - 2x^4 + o(x^4); \quad - 48. \quad 1378. 1 + 60x + 1950x^3 + o(x^2).$$

$$1379. a + \frac{x}{ma^{m-1}} - \frac{(m-1)x^2}{2m^2a^{m-1}} + o(x^2). \quad 1380. \frac{1}{6}x^2 + x^3 + o(x^3).$$

$$1381. 1 + 2x + x^2 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{6}x^4 - \frac{1}{15}x^5 + o(x^5). \quad 1382. 1 -$$

- $-\frac{x}{2} + \frac{x^3}{12} - \frac{x^5}{720} + o(x^6)$ . 1383.  $x - \frac{x^7}{18} - \frac{x^{15}}{3240} + o(x^{15})$ .
1384.  $-\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12} - \frac{x^6}{45} + o(x^6)$ . 1385.  $x - \frac{x^3}{3} + o(x^3)$ . 1386.  $x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + o(x^5)$ . 1387.  $-\frac{x^2}{6} - \frac{x^4}{180} - \frac{x^6}{2835} + o(x^6)$ .
1388.  $1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2 + o((x-1)^2)$ . 1389.  $(x-1) + (x-1)^2 + \frac{1}{2}(x-1)^3 + o((x-1)^3)$ . 1390.  $y = a + \frac{x^3}{2a} + o(x^2)$ .
1391.  $\frac{1}{2x} - \frac{1}{8x^3} + o\left(\frac{1}{x^3}\right)$ . 1392.  $\ln x + \frac{h}{x} - \frac{h^2}{2x^2} + \dots + \dots + (-1)^{n-1} \frac{h^n}{nx^n} + o(h^n)$ . 1394. а) Меньше  $\frac{3}{(n+1)!}$ ;
- б) не превышает  $\frac{1}{3840}$ ; в) меньше  $2 \cdot 10^{-6}$ ; г) меньше  $\frac{1}{16}$ .
1395.  $|x| < 0,222 = \arccos 12^\circ 30'$ . 1396. а) 3,1072; б) 3,0171, в) 1,9961; г) 1,64872; д) 0,309017; е) 0,182321; ж) 0,67474 =  $\arccos 38^\circ 39' 35''$ ; з) 0,46676 =  $\arccos 26^\circ 44' 37''$ ; и) 1,12117. 1397. а) 2,718281828; б) 0,01745241; в) 0,98769; г) 2,2361; д) 1,04139. 1398.  $-\frac{1}{12}$ .
1399.  $\frac{1}{3}$ . 1400.  $-\frac{1}{4}$ . 1401.  $\frac{1}{3}$ . 1402.  $\frac{1}{6}$ . 1403.  $\ln^2 a$ .
1404.  $\frac{1}{2}$ . 1405. 0. 1406.  $\frac{1}{3}$ . 1406.1.  $\frac{19}{90}$ . 1406.2.  $\frac{1}{2}$ .
- 1406.3.  $\frac{1}{2}$ . 1407.  $\frac{x^2}{30}$ . 1408.  $x^3$ . 1409.  $\frac{x}{2}$ . 1410.  $a = \frac{4}{3}$ ;  
 $b = -\frac{1}{3}$ . 1410.1.  $A = -\frac{2}{5}$ ;  $B = -\frac{1}{15}$ . 1410.2.  $A = \frac{1}{2}$ ,  
 $B = \frac{1}{12}$ ,  $C = -\frac{1}{2}$ ,  $D = \frac{1}{12}$ . 1411. а)  $\frac{2x}{R^3}$ ; б)  $\frac{4}{3}x$ ; в)  $\frac{An}{100}$ ;
- г)  $\frac{70}{x}$ . 1412.  $\alpha = \frac{2}{3}$ ;  $\beta = \frac{1}{3}$ . 1413.  $\frac{\alpha^4}{180}$ , где  $\alpha$  — половина центрального угла дуги. 1414. Максимум  $y = 2\frac{1}{4}$  при  $x = \frac{1}{2}$ .
1415. Экстремума нет. 1416. Минимум  $y = 0$  при  $x = 1$ .
1417. Минимум  $y = 0$  при  $x = 0$ , если  $m$  — четное, и экстремума нет при  $x = 0$ , если  $m$  — нечетное; максимум  $y = \frac{m^mn^n}{(m+n)^{m+n}}$  при  $x = \frac{m}{m+n}$ ; минимум  $y = 0$  при  $x = 1$ , если  $n$  — четное,

и экстремума нет при  $x = 1$ , если  $n$  — нечетное. 1418. Минимум  $y = 2$  при  $x = 0$ . 1419. Минимум  $y = 0$  при  $x = -1$ ; максимум  $y = 10^{10}e^{-9} \approx 1\ 234\ 000$  при  $x = 9$ . 1420. Максимум  $y = 1$  при  $x = 0$ , если  $n$  — нечетное, и экстремума нет при  $x = 0$ , если  $n$  — четное. 1421. Минимум  $y = 0$  при  $x = 0$ .

1422. Максимум  $y = \frac{1}{3}\sqrt[3]{4} \approx 0,529$  при  $x = \frac{1}{3}$ ; минимум  $y = 0$

при  $x = 1$ ; экстремума нет при  $x = 0$ . 1423. Минимум  $f(x_0) = 0$ , если  $\Phi(x_0) > 0$  и  $n$  — четное; максимум  $f(x_0) = 0$ , если  $\Phi(x_0) < 0$  и  $n$  — четное;  $f(x_0)$  — не экстремум, если  $n$  — нечетное. 1425. Нет. 1427. а) Минимум  $f(0) = 0$ ; б) минимум  $f(0) = 0$ . 1428. Минимум  $f(0) = 0$ . 1429. При  $x = 1$  максимум  $y = 0$ ; при  $x = 3$  минимум  $y = -4$ . 1430. Минимум  $y = 0$  при  $x = 0$ ; максимум  $y = 1$  при  $x = \pm 1$ . 1431. При  $x = \frac{5 - \sqrt{13}}{6} \approx 0,23$  минимум  $y \approx -0,76$ ; при  $x = 1$  максимум  $y = 0$ ; при  $x = \frac{5 + \sqrt{13}}{6} \approx 1,43$  минимум  $y \approx -0,05$ ; при  $x = 2$  экстремума нет. 1432. При  $x = -1$  максимум  $y = -2$ ; при  $x = 1$  минимум  $y = 2$ . 1433. При  $x = -1$  минимум  $y = -1$ ; при  $x = 1$  максимум  $y = 1$ . 1434. При  $x = \frac{7}{5}$  минимум  $y = -\frac{1}{24}$ .

1435. При  $x = 0$  и  $x = 2$  — краевой минимум  $y = 0$ ; при  $x = 1$  максимум  $y = 1$ . 1436. При  $x = \frac{3}{4}$  минимум  $y = -\frac{3}{8}\sqrt[3]{2} \approx -0,46$ ; при  $x = 1$  экстремума нет. 1437. При  $x = 1$  максимум  $y = e^{-1} \approx 0,368$ . 1438. При  $x = +0$  краевой максимум  $y = 0$ ; при  $x = e^{-2} \approx 0,135$  минимум  $y = -\frac{2}{e} \approx -0,736$ . 1439. При  $x = 1$  минимум  $y = 0$ ; при  $x = e^2 \approx 7,389$  максимум  $y = \frac{4}{e^2} \approx 0,541$ .

1440. При  $x = k\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) максимум  $y = (-1)^k + \frac{1}{2}$ ; при  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) минимум  $y = -\frac{3}{4}$ . 1441. При  $x = k\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) максимум  $y = 10$ ; при  $x = \pi \left(k + \frac{1}{2}\right)$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) минимум  $y = 5$ .

1442. При  $x = 1$  максимум  $y = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2 \approx 0,439$ . 1443. При  $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) минимум  $y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times$

$x e^{-\pi/4+2k\pi}$ ; при  $x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) максимум

$y = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{3\pi/4+2k\pi}$ . 1444. При  $x = -1$  максимум  $y = e^{-2} \approx 0,135$ ; при  $x = 0$  минимум  $y = 0$  (угловая точка); при  $x = 1$

максимум  $y = 1$  (угловая точка). 1445.  $\frac{1}{2}$ ; 32. 1446. 2; 66.

1447. 0; 132. 1448. 2; 100,01. 1449. 1; 3. 1450. 0;  $\frac{100}{e} \approx 36,8$ .

1451. 0; 1. 1452. 0;  $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{2}) \approx 1,2$ . 1453.  $- \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-3\pi/4} \approx -0,067$ ; 1.

1454.  $m(x) = -\frac{1}{6}$ , если  $-\infty < x \leq -3$ ;  $m(x) = \frac{1+x}{3+x^2}$ , если  $-3 < x \leq -1$ ;  $m(x) = 0$ , если  $-1 < x < +\infty$ ;

$M(x) = \frac{1}{2}$ , если  $-\infty < x \leq 1$ ;  $M(x) = \frac{1+x}{3+x^2}$ , если  $1 < x < +\infty$ . 1455. а)  $\frac{14^{10}}{2^{14}} \approx 1,77 \cdot 10^7$ ; б)  $\frac{1}{200}$ ; в)  $\sqrt[3]{3} \approx 1,44$ .

1457.  $\frac{9+6\sqrt{3}}{4} \approx 4,85$ . 1458.  $q = -\frac{1}{2}$ . 1459.  $\frac{4}{27}$ . 1460.  $g(x) =$

$= (x_1 + x_2)x - \frac{1}{8}(x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2)$ ;  $\Delta = \frac{1}{8}(x_1 - x_2)^2$ . 1461.  $\frac{2}{3}$ .

1462. Один корень:  $(3, +\infty)$ . 1463. Один корень:  $-\infty < x_1 < -1$ , если  $h > 27$ ; три корня:  $-\infty < x_1 < -1$ ,  $-1 < x_2 < 3$  и  $3 < x_3 < +\infty$ , если  $-5 < h < 27$ ; один корень:  $3 < x_3 < +\infty$ , если  $h < -5$ . 1464. Два корня:  $-\infty < x_1 < -1$  и  $1 < x_2 < +\infty$ .

1465. Один корень:  $-\infty < x_1 < -1$ , если  $-\infty < a < -4$ ; три корня:  $-\infty < x_1 < -1$ ,  $-1 < x_2 < 1$ ,  $1 < x_3 < +\infty$ , если  $-4 < a < 4$ ; один корень:  $1 < x_1 < +\infty$ , если  $4 < a < +\infty$ .

1466. Один корень:  $0 < x_1 < 1$ , если  $-\infty < k < 0$ ; два корня:  $0 < x_1 < \frac{1}{k}$  и  $\frac{1}{k} < x_2 < +\infty$ , если

$0 < k < \frac{1}{e}$ ; корней нет, если  $k > \frac{1}{e}$ . 1467. Корней нет если  $a < 0$ ; один корень:  $-\infty < x_1 < 0$ , если  $0 < a < \frac{e^2}{4}$ ; три кор-

ня:  $-\infty < x_1 < 0$ ,  $0 < x_2 < 2$  и  $2 < x_3 < +\infty$ , если  $\frac{e^2}{4} < a < +\infty$ .

1468. Два корня при  $|a| < 3\sqrt{3}/16$ ; нет корней при  $|a| > 3\sqrt{3}/16$ . 1469. Два корня:  $0 < |x_1| < \xi$  и  $\xi < |x_2| < +\infty$ , где  $\xi \approx 1$ , 2 — положительный корень уравнения:

$\operatorname{ctg} x = x$ , если  $|k| > \operatorname{sh} \xi \approx 1,50$ ; корней нет, если  $|k| > \operatorname{sh} \xi$ .

1470. а)  $\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4} > 0$ ; б)  $\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4} < 0$ . 1471. \*). Симметрия

относительно начала координат. Нули функции:  $x = 0$  и  $x = \pm \sqrt{3} \approx \pm 1,73$ . Минимум  $y = -2$  при  $x = -1$ ; максимум  $y = 2$  при  $x = 1$ . Точка перегиба  $x = 0$ ,  $y = 0$ . 1472. Симметрия относительно оси  $Oy$ . Нули  $x = \pm \sqrt{1 + \sqrt{3}} \approx \pm 1,65$ . Минимум  $y = 1$  при  $x = 0$ ; максимум  $y = 1 \frac{1}{2}$  при  $x = \pm 1$ . Точка

перегиба:  $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \approx \pm 0,58$ ;  $y = 1 \frac{5}{18}$ . 1473. Симметрия относительно точки  $A(1, 2)$ . Нули:  $x = -1$  и  $x = 2$ . Минимум  $y = 0$  при  $x = 2$ ; максимум  $y = 4$  при  $x = 0$ . Точка перегиба  $x = 1$ ,  $y = 2$ . 1474. Симметрия относительно оси  $Oy$ . Нули функции:  $x = \pm \sqrt{2} \approx \pm 1,41$ . Максимум  $y = 2$  при  $x = 0$ ; минимум  $y = 1 - \frac{\sqrt{5}}{2} \approx -0,12$  при  $x = \pm \sqrt{2 + \sqrt{5}} \approx \pm 2,06$ .

Точки перегиба:  $x_{1,2} = \pm 0,77$ ,  $y_{1,2} = 1,04$ ;  $x_{3,4} \approx \pm 2,67$ ,  $y_{3,4} \approx -0,010$ . Асимптота  $y = 0$ . 1475. Точки разрыва:  $x = 2$  и  $x = 3$ . Нули:  $x = \pm 1$ . Минимум  $y = -(10 - \sqrt{96}) \approx -0,20$  при  $x = \frac{7 - \sqrt{24}}{5} \approx 0,42$ ; максимум  $y = -(10 + \sqrt{96}) \approx -19,80$  при  $x = \frac{7 + \sqrt{24}}{5} \approx 2,38$ . Точка перегиба  $x \approx -0,58$ ,  $y \approx -0,07$ .

Асимптоты:  $x = 2$ ,  $x = 3$  и  $y = 1$ . 1476. Точки разрыва:  $x_1 = -1$  и  $x_2 = 1$ . Нуль функции  $x = 0$ . Точек экстремума нет. Точка перегиба  $x \approx -0,22$ ,  $y \approx -0,19$ . Асимптоты:  $x = -1$ ,  $x = 1$  и  $y = 0$ . 1477. Нуль функции  $x = 0$ . Точка разрыва  $x = -1$ . Минимум  $y = 0$  при  $x = 0$ ; максимум  $y = -9 \frac{13}{27}$  при

$x = -4$ . Точек перегиба нет. Асимптоты:  $x = -1$  и  $y = x - 3$ .

1478. Минимум  $y = 0$  при  $x = -1$ ; точка перегиба  $x = -4$ ,  $y = \frac{81}{625}$ . Асимптоты:  $x = 1$  и  $y = 1$ . 1479. Максимумы  $y =$

$$= -\frac{34\sqrt{17} + 142}{32} \approx -8,82 \text{ при } x = -\frac{3 + \sqrt{17}}{2} \approx -3,56 \text{ и}$$

$y = 0$  при  $x = 0$ ; минимум  $y = \frac{34\sqrt{17} - 142}{32} \approx -0,06$  при  $x =$

$$= \frac{\sqrt{17} - 3}{2} \approx 0,56. \text{ Точка перегиба } x = \frac{1}{5}, y = -\frac{1}{45}. \text{ Асимптоны: } x = -1 \text{ и } y = x - 3.$$

1480. Симметрия относительно начала координат. Точек экстремума нет; точка перегиба  $x = 0$ ,

\*) К задачам на построение графиков не везде дают полные ответы.

$y = 0$ . Асимптоты:  $x = -1$ ,  $x = 1$  и  $y = 0$ . 1481. Минимум  $y = 13\frac{1}{2}$  при  $x = 5$ ; точки перегиба  $x = -1$ ,  $y = 0$ . Асимпто-

ты:  $x = 1$  и  $y = x + 5$ . 1482. Минимум  $y = 2\frac{2}{3}$  при  $x = 2$ ;

максимум  $y \approx -3,2$  при  $x \approx -2,4$ ; точка перегиба  $x = 0$ ,  $y = 8$ . Асимптоты:  $x = -1$  и  $y = x$ . 1483. Симметрия относи-

тельно оси  $Oy$ . Нули функции:  $x = \pm \frac{\sqrt{10}}{4} \approx \pm 0,79$ . Точек

экстремума нет. Точки перегиба:  $x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} \approx \pm 0,71$ ,  $y =$

$= -2\frac{2}{3}$ . Асимптоты:  $x = -1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  и  $y = 0$ . 1484. Об-

ласть существования:  $0 \leq x < +\infty$ . Нули:  $x = 0$  и  $x = 3$ .

Минимум  $y = -2$  при  $x = 1$ ; краевой максимум  $y = 0$  при  $x = 0$ . Вогнутость вверх. 1485. Область существования:  $|x| \leq 2\sqrt{2} \approx 2,83$ .

Симметрия относительно начала координат и осей координат. Нули:  $x = 0$  и  $x = \pm 2\sqrt{2}$ . Максимум  $|y| = 4$  при  $x = \pm 2$ , минимум  $|y| = 0$  при  $x = 0$ ; краевой минимум  $|y| = 0$  при  $x = \pm 2\sqrt{2}$ . Точек перегиба нет. 1485.1. Нуль функции  $x = 2$ . Минимум  $y = -\sqrt{5} \approx -2,24$  при  $x = -0,5$ .

Точка перегиба  $x_1 = -\frac{3 + \sqrt{41}}{8} \approx -1,18$ ;  $y_1 \approx -2,06$  и  $x_2 =$

$= \frac{\sqrt{41} - 3}{8} \approx 0,42$ ;  $y_2 \approx -1,46$ . Асимптоты:  $y = -1$  при  $x \rightarrow$

$\rightarrow -\infty$  и  $y = 1$  при  $x \rightarrow +\infty$ . 1486. Область существования:  $1 \leq x \leq 2$  и  $3 \leq x < +\infty$ . Нули:  $x = 1$ ,  $x = 2$  и  $x = 3$ .

Максимум  $|y| = \frac{1}{3}\sqrt[4]{12} \approx 0,62$  при  $x = \frac{6 - \sqrt{3}}{3} \approx 1,42$ ; кра-

евые минимумы  $|y| = 0$  при  $x = 1$ ,  $2$  и  $3$ . 1487. Минимум  $y =$

$= 0$  при  $x = 1$ ; максимум  $y = \frac{2}{3}\sqrt[3]{4} \approx 1,06$  при  $x = -\frac{1}{3}$ ; точ-

ка перегиба  $x = -1$ ,  $y = 0$ . Асимптота  $y = x - \frac{1}{3}$ . 1488. Сим-

метрия относительно оси  $Oy$ . Минимум  $y = -1$  при  $x = 0$ . Вогнутость вниз. Асимптота  $y = 0$ . 1489. Симметрия относи-

тельно начала координат. Нуль функции:  $x = 0$ . Минимум  $y = -\sqrt[3]{16} \approx -2,52$  при  $x = -2$ ; максимум  $y = \sqrt[3]{16}$  при  $x = 2$ . Точка перегиба:  $x = 0$ ,  $y = 0$ . Асимптота:  $y = 0$ . 1490. Сим-

метрия относительно оси  $Oy$ . Минимум  $y = \sqrt[3]{4} \approx 1,59$  при  $x = \pm 1$ ; максимум  $y = 2$  при  $x = 0$ . Вогнутость вниз. 1491. Сим-

метрия относительно начала координат. Точка разрыва:  $x = \pm 1$ .

Нуль функции:  $x = 0$ . Минимум  $y = \frac{\sqrt{3}}{\frac{3}{\sqrt{2}}} \approx 1,38$  при  $x = \sqrt{3}$ ;

максимум  $y = -\frac{\sqrt{3}}{\frac{3}{\sqrt{2}}}$  при  $x = -\sqrt{3}$ . Точки перегиба:  $x_1 = 0$ ,

$y_1 = 0$  и  $x_{2,3} = \pm 3$ ,  $y_{2,3} = \pm 1 \frac{1}{2}$ . 1492. Область существования функции:  $|x| \geq 1$ . Симметрия относительно оси  $Oy$ . Краевой минимум  $y = 0$  при  $x = \pm 1$ . Вогнутость вниз. Асимптоты:  $y = \frac{x}{2}$  при  $x \rightarrow +\infty$  и  $y = -\frac{x}{2}$  при  $x \rightarrow -\infty$ . 1493. Область существования функции:  $x > 0$ . Минимум  $y = \frac{3}{2}\sqrt{3} \approx 2,60$  при  $x = \frac{1}{2}$ . Вогнутость вверх. Асимптоты  $y = x + \frac{3}{2}$  и  $x = 0$ .

1494. Область существования:  $x \geq 0$  и  $x < -3$ .

Нуль функции  $x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \approx 4,30$ . Минимум  $y = 13$  при

$x = -4$ ; краевой максимум  $y = 1$  при  $x = 0$ . Вогнутость вверх.

Асимптоты:  $y = \frac{5}{2} - 2x$  при  $x \rightarrow -\infty$ ;  $y = -\frac{1}{2}$  при

$x \rightarrow +\infty$ ;  $x = -3$  при  $x \rightarrow -3 - 0$ .

1495. Минимум  $y = 0$  при  $x = 0$ ; максимум  $y = -\sqrt[3]{4} \approx -1,59$  при  $x = -2$ . Точки

перегиба:  $x_1 = -(2 - \sqrt{3}) \approx -0,27$ ,  $y_1 = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{27} - 5}{2}} \approx$

$\approx 0,46$ ;  $x_2 = -(2 + \sqrt{3}) \approx -3,73$ ,  $y_2 = -\sqrt[3]{\frac{5 + \sqrt{27}}{2}} \approx$

$\approx -1,72$ . Асимптота  $x = -1$ .

1496. Симметрия относительно оси  $Oy$ . Функция положительная. Максимум  $y = \sqrt{3} \approx 1,73$  при  $x = 0$ , минимум  $y = \sqrt{2} \approx 1,41$  при  $x = \pm 1$ . Точки перегиба  $x_{1,2} \approx \pm 0,47$ ;  $y_{1,2} \approx 1,14$  и  $x_{3,4} \approx \pm 4,58$ ,  $y_{3,4} \approx 4,55$ .

Асимптоты  $y = \pm x$ .

1497. Период функции:  $T = 2\pi$ ; основная область  $0 \leq x \leq 2\pi$ . Нули функции:  $x_1 = \pi + \arcsin \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \approx$

$x = \frac{\pi}{6}$  и  $x = -\frac{5\pi}{6}$ . Точки перегиба:  $x_1 = \arcsin \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \approx 0,32\pi$ ,  $y_1 = \frac{19 + 3\sqrt{33}}{32} \approx 1,13$ ;  $x_2 = \pi - \arcsin \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \approx 0,68\pi$ ,  $y_2 = \frac{19 + 3\sqrt{33}}{32}$ ;  $x_3 = \pi + \arcsin \frac{\sqrt{33} - 1}{8} \approx 1,20\pi$ ,  $y_3 = \frac{19 - 3\sqrt{33}}{32} \approx 0,055$ ;  $x_4 = 2\pi - \arcsin \frac{\sqrt{33} - 1}{8} \approx 1,80\pi$ ,  $y_4 = \frac{19 - 3\sqrt{33}}{32}$ .

1498. Период функции  $2\pi$ ; основная область  $-\pi \leq x \leq \pi$ . Симметрия относительно начала координат. Нули:  $x_1 = 0$  и  $x_{2,3} = \pm\pi$ . Минимум  $y = -\frac{15}{8}\sqrt{15} \approx -7,3$  при  $x = -\arccos \frac{1}{4} \approx -0,42\pi$ ; максимум  $y = \frac{15}{8}\sqrt{15} \approx 7,3$  при  $x = \arccos \frac{1}{4} \approx 0,42\pi$ . Точки перегиба:  $x_1 = 0$ ,  $y_1 = 0$ ;  $x_{2,3} = \pm \arccos \left(-\frac{7}{8}\right) \approx \pm 0,84\pi$ ;  $y_{2,3} = \pm \frac{21}{32}\sqrt{15} \approx \pm 2,54$ ;  $x_{4,5} = \pm\pi$ ,  $y_{4,5} = 0$ .

1499. Период функции:  $T = 2\pi$ , основная область:  $-\pi \leq x \leq \pi$ . Симметрия относительно начала координат. Нули:  $x_1 = 0$  и  $x_{2,3} = \pm\pi$ . Минимумы:  $y = -\frac{2}{3}\sqrt{2} \approx -0,94$  при  $x = -\frac{3\pi}{4}$  и  $x = -\frac{\pi}{4}$ ,  $y = \frac{2}{3}\sqrt{2}$  при  $x = \frac{\pi}{2}$ ; максимумы:  $y = -\frac{2}{3}$  при  $x = -\frac{\pi}{2}$ ,  $y = \frac{2}{3}\sqrt{2}$  при  $x = \frac{\pi}{4}$  и  $x = \frac{3\pi}{4}$ . Точки

перегиба:  $x_1 = 0$ ,  $y_1 = 0$ ;  $x_{2,3} = \pm \arcsin \sqrt{\frac{5}{6}} \approx \pm 0,37\pi$ ,

$y_{2,3} = \pm \frac{4}{27}\sqrt{30} \approx \pm 0,81$ ;  $x_{4,5} = \pm \left(\pi - \arcsin \sqrt{\frac{5}{6}}\right) \approx \pm 0,63\pi$ ,  $y_{4,5} = \pm \frac{4}{27}\sqrt{30}$ ;  $x_{6,7} = \pm\pi$ ,  $y_{6,7} = 0$ .

1500. Период функции:  $T = 2\pi$ ; основная область  $[-\pi, \pi]$ . Симметрия относительно оси  $Oy$ . Нули функции:  $x_{1,2} = \pm \arccos \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \approx \pm 0,62\pi$ . Минимумы:  $y = \frac{1}{2}$  при  $x =$

$= 0$ ;  $y = -1 \frac{1}{2}$  при  $x = \pm\pi$  максимумы:  $y = \frac{3}{4}$  при  $x =$

$= \pm \frac{\pi}{3}$ . Точки перегиба:  $x_{1,2} = \pm \arccos \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \approx$

$\approx \pm 0,18\pi$ ,  $y_{1,2} \approx 0,63$ ;  $x_{3,4} = \pm \arccos \frac{1 - \sqrt{33}}{8} \approx \pm 0,70\pi$ ,

$y_{3,4} \approx -0,44$ . 1501. Период функции:  $T = \frac{\pi}{2}$ ; основная об-

ласть  $\left[ -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right]$ . Симметрия относительно оси  $Oy$ . Функ-

ция положительная. Максимум  $y = 1$  при  $x = 0$ ; минимум  $y =$   
 $= \frac{1}{2}$  при  $x = \pm \frac{\pi}{4}$ . Точки перегиба  $x_{1,2} = \pm \frac{\pi}{8}$ ,  $y_{1,2} = \frac{3}{4}$ .

1502. Период функции  $T = \pi$ ; основная область  $\left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$ .

Симметрия относительно оси  $Oy$ . Нули функции:  $x_1 = 0$

и  $x_{3,4} = \pm \frac{\pi}{3}$ . Минимумы:  $y = 0$  при  $x = 0$  и  $y = -1$  при

$x = \pm \frac{\pi}{2}$ ; максимум  $y = \frac{9}{16}$  при  $x = \pm \arccos \frac{1}{4} \approx \pm 0,21\pi$ ,

Точки перегиба:  $x_{1,2} = \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{1 + \sqrt{129}}{16} \approx \pm 0,11\pi$ ,

$y_{1,2} \approx 0,29$ ;  $x_{3,4} = \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{1 - \sqrt{129}}{16} \approx \pm 0,36\pi$ ;  $y_{3,4} \approx$

$\approx -0,24$ . 1503. Период функции:  $T = \pi$ , основная область  
 $0 \leq x \leq \pi$ . Точка разрыва:  $x = \frac{3\pi}{4}$ . Нули:  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = \pi$ .

Экстремумов нет, функция возрастает. Точка перегиба:  $x =$

$= \frac{\pi}{4}$ ,  $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ . Асимптота  $x = \frac{3\pi}{4}$ . 1504. Период фун-

кции  $T = 2\pi$ , основная область  $[-\pi, \pi]$ . Симметрия отно-

ительно оси  $Oy$ . Нули функции:  $x_{1,2} = \pm \frac{\pi}{2}$ . Минимум  $y = 1$

при  $x = 0$ ; максимум  $y = -1$  при  $x = \pm \pi$ . Точки перегиба:

$x_{1,2} = \frac{\pi}{2}$ ;  $y_{1,2} = 0$ . Асимптоты  $x = \pm \frac{\pi}{4}$  и  $x = \pm \frac{3\pi}{4}$ .

1504.1. Период функции  $T = 2\pi$ , основная область  $-\pi \leq x \leq$

**≤ 11.** Функция нечетная. Минимум  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3} \approx -0,58$  при

$x = -\frac{2\pi}{3}$ ; максимум  $y = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,58$  при  $x = \frac{2\pi}{3}$ . Точки

перегиба  $x_1 = 0$ ,  $y_1 = 0$ ;  $x_{2,3} = \mp \pi$ ,  $y_{2,3} = 0$ . 1505. Центры симметрии ( $k\pi$ ,  $2k\pi$ ). Нули функции:  $x_1 = 0$ ,  $x_{2,3} \approx \pm 0,37\pi, \dots$

Максимумы  $y = \frac{\pi}{2} - 1 + 2k\pi$  при  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ; минимумы

$y = -\left(\frac{\pi}{2} - 1 + 2k\pi\right)$  при  $x = -\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right)$ . Точки перегиба:

$x = k\pi$ ,  $y = 2k\pi$ . Асимптоты:  $x = \frac{2k+1}{2}\pi$  ( $k$  — целое). 1506. Симметрия относительно прямой  $x = 1$ . Функция положительна. Максимум  $y = e$  при  $x = 1$ . Точки перегиба

$x_{1,2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ .  $y_{1,2} = \sqrt{e} \approx 1,65$ . Асимптота  $y = 0$ .

1507. Симметрия относительно оси  $Oy$ . Функция положительна. Максимум  $y = 1$  при  $x = 0$ . Точки перегиба:  $x_{1,2} =$

$= \pm \sqrt{\frac{3}{2}} \approx \pm 1,22$ .  $y_{1,2} = \frac{5}{2}e^{-3/2} \approx 0,56$ . Асимптота  $y =$

$= 0$ . 1508. Функция положительна. Минимум  $y = 1$  при  $x = 0$ . Вогнутость вверх. Асимптота  $y = x$  при  $x \rightarrow +\infty$ . 1509. Функция неотрицательная; нуль  $x = 0$ . Минимум  $y = 0$  при  $x = 0$ ;

максимум  $y = \sqrt[3]{\frac{4}{9}e^{-2/3}} \approx 0,39$  при  $x = \frac{2}{3}$ . Точки перегиба:

$x_1 = \frac{2-\sqrt{6}}{3} \approx -0,15$ ,  $y_1 \approx 0,34$  и  $x_2 = \frac{2+\sqrt{6}}{3} \approx$

$\approx 1,48$ ,  $y_2 \approx 0,30$ . Асимптота  $y = 0$  при  $x \rightarrow +\infty$ . 1509.1. Функция неотрицательная. Минимум  $y = 0$  при  $x = k\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ); максимумы  $y = \frac{1}{2}e^{-(2k+1/2)\pi}$  при  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ .

Точки перегиба  $x_k = (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi$ ,  $y^k = \frac{1}{4}e^{-\{2k+1/3(-1)^k\}\pi}$ .

1510. Функция положительна при  $x > -1$  и отрицательна при  $x < -1$ . Минимум  $y = 1$  при  $x = 0$ . Вогнутость вверх при  $x > -1$  и вогнутость вниз при  $x < -1$ . 1511. Симметрия относительно оси  $Oy$ . Функция неотрицательна; нуль  $x = 0$ . Минимум  $y = 0$  (угловая точка) при  $x = 0$ . Вогнутость вниз.

1512. Область существования функции:  $x > 0$ . Нуль функции

$x = 1$ . Максимум  $y = \frac{2}{e} \approx 0,74$  при  $x = e^2 \approx 7,39$ . Точка перегиба:  $x = e^{3/2} \approx 14,33$ ,  $y = \frac{8}{3} e^{-1/2} \approx 0,70$ . Асимптоты:  $x = 0$

при  $x \rightarrow +\infty$  и  $y = 0$  при  $x \rightarrow -\infty$ . 1513. Симметрия относительно начала координат. Нуль  $x = 0$ . Точек экстремума нет; функция возрастающая. Точка перегиба:  $x = 0$ ,  $y = 0$ . 1514. Симметрия относительно начала координат. Нуль функции  $x = 0$ . Функция возрастает. Вогнутость вверх при  $x > 0$  и вогнутость вниз при  $x < 0$ ;  $O(0, 0)$  — точка перегиба. 1515. Область существования функции:  $|x| < 1$ . Симметрия относительно начала координат. Функция монотонно возрастает. Вогнутость вверх при  $x > 0$  и вогнутость вниз при  $x < 0$ ; точка перегиба:  $x = 0$ ,  $y = 0$ . Асимптоты:  $x = \pm 1$ . 1516. Симметрия относительно начала координат. Нуль функции:  $x = 0$ . Точек экстремума нет, функция возрастающая. Точка перегиба:  $x = 0$ ,  $y = 0$ . Асимптоты:  $y = x - \frac{\pi}{2}$  при  $x \rightarrow -\infty$  и  $y = x + \frac{\pi}{2}$  при  $x \rightarrow +\infty$ . 1517. Нуль функции  $x \approx -5,95$ . Минимум  $y = -\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \approx 1,285$  при  $x = 1$ ; максимум  $y = -\frac{1}{2} + \frac{3\pi}{4} \approx 1,856$  при  $x = -1$ . Вогнутость вверх при  $x > 0$  и вогнутость вниз при  $x < 0$ ; точка перегиба  $x = 0$ ,  $y = \frac{\pi}{2}$ . Асимптоты:  $y = \frac{x}{2} + \pi$  при  $x \rightarrow -\infty$  и  $y = \frac{x}{2}$  при  $x \rightarrow +\infty$ .

1518. Симметрия относительно оси  $Oy$ . Функция неотрицательна; нуль  $x = 0$ . Минимум  $y = 0$  при  $x = 0$ . Вогнутость вверх. Асимптоты:  $y = -\frac{\pi}{2}x - 1$  при  $x \rightarrow -\infty$  и  $y = \frac{\pi}{2}x - 1$  при  $x \rightarrow +\infty$ . 1519. Симметрия относительно начала координат. Нуль функции  $x = 0$ . Минимум  $y = -\frac{\pi}{2}$  (угловая точка) при  $x = 1$ ; максимум  $y = \frac{\pi}{2}$  (угловая точка) при  $x = -1$ . Точка перегиба  $x = 0$ ,  $y = 0$ . Асимптота  $y = 0$ . 1520. Симметрия относительно оси  $Oy$ . Функция неотрицательна; нуль  $x = 0$ . Минимум  $y = 0$  при  $x = 0$  (угловая точка). Вогнутость вниз. Асимптота  $y = \pi$ . 1521. Точка разрыва функции  $x = 0$ . Нуль функции  $x = -2$ . Минимум  $y = 4\sqrt{e} \approx 6,59$  при  $x = 2$ ; максимум  $y = \frac{1}{e} \approx 0,37$  при  $x = -1$ . Точка пе-

- регистра  $x = -\frac{2}{5}$ ,  $y = \frac{8}{5} e^{-5/2} \approx 0,13$ . Асимптоты:  $x = 0$  и  $y = x + 3$ . 1522. Область существования функции  $|x| \geq 1$ . Симметрия относительно оси  $Oy$ . Краевой максимум  $y = 2^{\sqrt{2}} \approx 2,67$  при  $x = \pm 1$ . Вогнутость вверх. Асимптота  $y = 1$ . 1523. Область существования функции  $x < 1$  и  $x > 2$ . Точки пересечения с осями координат  $(0, \ln 2)$  и  $(1/3, 0)$ . Максимум  $y \approx 1,12$  при  $x = \frac{1 - \sqrt{10}}{3} \approx -0,72$ . Асимптоты  $x = 1$ ,  $x = 2$  и  $y = 0$ . 1524. Область существования функции  $|x| \leq a$ . Точки пересечения с осями координат:  $(0, -a)$  и  $(0, 67a, 0)$  (приблизительно!). Функция монотонно возрастает. Краевой минимум  $y = -\frac{\pi}{2}a$  при  $x = -a$  и краевой максимум  $y = \frac{\pi}{2}a$  при  $x = a$ . Вогнутость вверх. 1525. Область существования функции:  $x \leq 0$  и  $x \geq \frac{2}{3}$ . Краевой минимум  $y = 0$  при  $x = 0$ ; краевой максимум  $y = \pi$  при  $x = \frac{2}{3}$ . Вогнутость вниз при  $x \leq 0$  и вогнутость вверх при  $x \geq \frac{2}{3}$ . Асимптота  $y = \frac{\pi}{3}$ . 1526. Область существования:  $x > 0$ . Функция положительна. Минимум  $y = \left(\frac{1}{e}\right)^{1/e} \approx 0,692$  при  $x = \frac{1}{e} \approx 0,368$ ; краевой максимум  $y = 1$  при  $x = +0$ . Вогнутость вверх. 1527. Область существования функции  $x > 0$ . Краевой минимум  $y = 0$  при  $x = +0$ ; максимум  $y = e^{1/e} \approx 1,44$  при  $x = e$ . Асимптота  $y = 1$ . 1528. Область существования:  $x > -1$ ,  $x \neq 0$ . Функция положительна. Устранимая точка разрыва:  $x = 0$ . Точек экстремума нет, функция убывающая. Вогнутость вверх. Асимптоты:  $x = -1$  и  $y = 1$ . 1529. Функция монотонна при  $x > 0$ . Краевой минимум  $y = 0$  при  $x = +0$ . Асимптота  $y = e\left(x - \frac{1}{2}\right)$ . 1530. Функция положительна. Симметрия относительно оси  $Oy$ . Точки разрыва:  $x = \pm 1$ . Минимум  $y = e$  при  $x = 0$ ; максимум  $y = \frac{1}{4\sqrt{e}}$  при  $x = \pm \sqrt{3}$ . Четыре точки перегиба. Асимптоты:  $x = -1$  при  $x \rightarrow -\infty$ .

$\rightarrow -1 + 0; x = 1$  при  $x \rightarrow 1 - 0$  и  $y = 0$  при  $x \rightarrow \infty$ .

1531. Функции  $x$  и  $y$  — неотрицательны;  $x_{\min} = 0$  при  $t = -1$ ;  $y_{\min} = 0$  при  $t = 1$ . Вогнутость вверх при  $t > -1$  и вогнутость вниз при  $t < -1$ . 1532. Точки пересечения с осями координат:  $(0, 0)$  при  $t = 0$ ;  $(\pm 2\sqrt{3} - 3, 0)$  при  $t = \pm\sqrt{3}$  и  $(0, -2)$  при  $t = 2$ ;  $x_{\max} = 1$  и  $y_{\max} = 2$  при  $t = 1$  (точка возврата);  $y_{\min} = -2$  при  $t = -1$ . Вогнутость вверх при  $t < 1$  и вогнутость вниз при  $t > 1$ . 1533. Точка пересечения с осями координат:  $(0, 0)$  при  $t = 0$ ;  $x_{\max} = 0$  при  $t = 0$ ,  $x_{\min} = 4$  при  $t = 2$ ;  $y$  убывает при возрастании  $t$ . Точка перегиба  $(-0,08; 0,3)$  при  $t \approx -0,32$  (приближенно). Асимптоты;  $y = 0$ ,  $x = -\frac{1}{2}$  и  $y = \frac{x}{2} - \frac{3}{4}$ . 1534. Точка пересечения с осью  $Oy$ :  $(0, 1)$  при  $t = 0$ ; точка пересечения с осью  $Ox$ :  $(-1, 0)$  при  $t = \infty$ . Краевые экстремумы:  $x_{\min} = 0$  и  $y_{\max} = 1$  при  $t = 0$ ;  $x_{\max} = -1$  и  $y_{\min} = 0$  при  $t = \infty$ . Точек перегиба нет. Асимптота  $y = \frac{1}{2}$ . Вогнутость вверх при  $|t| > 1$  и вогнутость вниз

при  $|t| < 1$ . 1535. Функции  $x$  и  $y$  — положительные;  $x_{\min} = 1$  и  $y_{\min} = 1$  при  $t = 0$  (точка возврата). При  $t < 0$  — вогнутость вверх; при  $t > 0$  — вогнутость вниз. Асимптота  $y = -2x$  при  $t \rightarrow +\infty$ . 1536. Основная область:  $[0, \pi]$ . Точки пересечения с осями координат:  $\left(\frac{a}{2}, 0\right)$  при  $t = \frac{\pi}{6}$ ;  $\left(0, -\frac{a}{\sqrt{2}}\right)$

при  $t = \frac{\pi}{4}$ ;  $(-a, 0)$  при  $t = \frac{\pi}{2}$ ;  $\left(0, \frac{a}{\sqrt{2}}\right)$  при  $t = \frac{3\pi}{4}$ ;

$\left(\frac{a}{2}, 0\right)$  при  $t = \frac{5\pi}{6}$ . Экстремумы:  $x_{\max} = a$  и  $y_{\max} = a$  при

$t = 0$ ;  $y_{\min} = -a$  при  $t = \frac{\pi}{3}$ ;  $x_{\min} = -a$  при  $t = \frac{\pi}{2}$ ;  $y_{\max} =$

$= a$  при  $t = \frac{2\pi}{3}$ ;  $x_{\max} = a$  и  $y_{\min} = -a$  при  $t = \pi$ . Вог-

нутость вверх при  $0 < t < \frac{\pi}{2}$ ; вогнутость вниз при  $\frac{\pi}{2} <$

$< t < \pi$ . 1537. Функции  $x$  и  $y$  — неотрицательные и периоди-

ческие; основная область  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ . Экстремумы:  $x_{\min} = 0$

и  $y_{\max} = 1$  при  $t = \frac{\pi}{2}$  и  $x_{\max} = 1$  и  $y_{\min} = 0$  при  $t = 0$ .

Вогнутость вверх. 1538. Область существования:  $t > 0$ . Сим-

метрия относительно прямой  $x + y = 0$ . Экстремумы:  $x_{\min} = -\frac{1}{e} \approx -0,37$ ,  $y = -e \approx -2,72$  при  $t = \frac{1}{e}$ ;  $y_{\max} = \frac{1}{e}$ ,  $x = e$  при  $t = e$ . Точки перегиба:  $x_1 = -\sqrt{2} e^{-\sqrt{2}} \approx -0,34$ ,  $y_1 = -\sqrt{2} e^{\sqrt{2}} \approx -5,82$  при  $t = e^{-\sqrt{2}} \approx 0,24$  и  $x_2 = -\sqrt{2} e^{\sqrt{2}}$ ,  $y_2 = \sqrt{2} e^{-\sqrt{2}}$  при  $t = e^{\sqrt{2}} \approx 4,10$ . При  $t = \frac{1}{e}$  — изменение знака вогнутости. Асимптоты:  $x = 0$  и  $y = 0$ .

1539. Функции  $x$  и  $y$  — периодические с периодом  $T = 2\pi$ , основная область  $-\pi \leq t \leq \pi$ . Симметрия кривой относительно осей координат. Кривая имеет две ветви. Экстремумы:  $x_{\min} = a$ ,  $y = 0$  при  $t = 0$ ;  $x_{\max} = -a$ ,  $y = 0$  при  $t = \pm \pi$ . Вогнутость вверх при  $-\pi < t < -\pi/2$  и  $0 < t < \pi/2$ ; вогнутость вниз при  $-\pi/2 < t < 0$  и  $\pi/2 < t < \pi$ .

1540. Симметрия относительно оси  $Oy$ ;  $y_{\min} = 0$ ,  $x = 0$  при  $t = 0$ . Вогнутость вниз.

1541. Параметрические уравнения:  $x = \frac{3at}{1+t^3}$ ,  $y = \frac{3at^2}{1+t^3}$  ( $-\infty < t < +\infty$ ). Симметрия относительно прямой  $y = x$ . Точка пересечения с осями координат  $O(0, 0)$  (двойная точка).  $x_{\max} = a\sqrt[3]{4} \approx 1,59a$  при  $y = a\sqrt[3]{2} \approx 1,2a$ ;  $y_{\max} = a\sqrt[3]{4}$  при  $x = a\sqrt[3]{2}$ . Асимптота  $x + y + a = 0$ .

1542. Симметрия относительно начала координат, осей координат и биссектрис координатных углов.  $O(0, 0)$  — изолированная точка. Точки пересечения с осями координат:  $(\pm 1, 0)$  и  $(0, \pm 1)$ .  $|x|_{\min} = 1$  при  $y = 0$ ;  $|x|_{\max} = \sqrt{\frac{1+\sqrt{2}}{2}} \approx 1,10$  при  $|y| = \sqrt{1/2} \approx 0,71$ ;  $|y|_{\min} = 1$  при  $x = 0$ ;  $|y|_{\max} = \sqrt{\frac{1+\sqrt{2}}{2}}$  при  $|x| = \sqrt{1/2}$ .

1543. Параметрические уравнения:  $x = \frac{1-t^3}{t^2}$ ,  $y = \frac{1-t^3}{t}$ , где  $t = \frac{y}{x}$  ( $-\infty < t < +\infty$ ). Кривая имеет две ветви. Симметрия относительно прямой  $x + y = 0$ . Экстремумы:  $x_{\min} = 3/2\sqrt[3]{2} \approx 1,89$ ,  $y = -3/2\sqrt[3]{4} \approx -2,38$  при  $t = -\sqrt[3]{2} \approx -1,26$ ;  $y_{\max} = -3/2\sqrt[3]{2}$ ,  $x = 3/2\sqrt[3]{4}$  при  $t = -\sqrt[3]{1/2} \approx -0,79$ . Точки перегиба:  $x_1 \approx 2,18$ ,  $y_1 \approx -4,14$  при  $t = -\sqrt[3]{\frac{1}{2}(7+3\sqrt{5})} \approx -1,90$ ;

$$x_2 \approx 4,14, \quad y_2 \approx -2,18 \text{ при } t = -\sqrt[3]{\frac{1}{2}(7 - 3\sqrt{5})} \approx -0,53;$$

при  $t = -\sqrt[3]{2}$  — изменение знака вогнутости. 1544. Кривая состоит из прямой  $y = x$  и гиперболической ветви  $x = (1+t)^{1/t}$ ,  $y = (1+t)^{1+1/t}$  ( $-1 < t < +\infty$ ). ( $e, e$ ) — двойная точка. Вогнутость вверх при  $x \neq y$ . Асимптоты:  $x = 1$  и  $y = 1$ . 1545. Область существования:  $|x| \geq \ln(1 + \sqrt{2}) \approx 0,88$ . Симметрия относительно осей координат. Краевой минимум  $|y| = 0$  при  $x = \pm \ln(1 + \sqrt{2})$ . Вогнутость вниз при  $y > 0$  и вогнутость вверх при  $y < 0$ . Асимптоты:  $y = x$  и  $y = -x$ .

1546. Область существования функции:  $r \geq 0$ ,  $|\varphi| \leq \alpha$ , где  $\alpha = \arccos\left(-\frac{a}{b}\right)$ . Кривая замкнута. Симметрия относительно полярной оси. Максимум  $r = a + b$  при  $\varphi = 0$ ; краевой минимум  $r = 0$  при  $\varphi = \pm \alpha$ . 1547. Область существования:  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$ ;  $\frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq \pi$ ,  $\frac{4\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{5\pi}{3}$ . Функция  $r$  — периодическая с периодом  $\frac{2\pi}{3}$ . Кривая замкнута и имеет

три одинаковых лепестка. Оси симметрии:  $\varphi = \frac{\pi}{6}$ ,  $\varphi = -\frac{5\pi}{6}$  и  $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ . Начало координат  $O(0, 0)$  — тройная точка.

При  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$  имеем: максимум  $r = a$  при  $\varphi = \frac{\pi}{6}$  и минимум  $r = 0$  при  $\varphi = 0$  и  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ . 1548. Область существования функции:  $|\varphi| < \frac{\pi}{6}$  и  $\frac{\pi}{2} < |\varphi| < \frac{5}{6}\pi$ , период  $\frac{2\pi}{3}$ .

Минимум  $r = a$  при  $\varphi = 0$  и  $\varphi = \pm \frac{2\pi}{3}$ . Асимптоты:  $\varphi = \pm \frac{\pi}{6}$ ,  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$  и  $\varphi = \pm \frac{5\pi}{6}$ . 1549. Спираль, имеющая

начало координат своей асимптотической точкой;  $r$  монотонно убывает при возрастании  $\varphi$ . Асимптота  $\varphi = 1$ . 1550. Область

существования  $r \geq \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0,62$ . Краевой максимум  $\varphi = \pi$

при  $r = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ; минимум  $\varphi = \arccos \frac{1}{4} \approx \arcs 75^\circ 30'$  при

$r = 2$ . Асимптота  $r \cos \phi = 1$  при  $r \rightarrow +\infty$ . 1551. Семейство парабол с вершинами  $(1, a - 1)$  (минимумы). Точки пересечения с осями координат  $(0, a)$  и  $(1 \mp \sqrt{1-a}, 0)$  (при  $a \leq 1$ ). Вогнутость вверх. 1552. Семейство гипербол при  $a \neq 0$  и прямая  $y = x$  при  $a = 0$ . Минимумы  $y = 2|a|$  при  $x = |a|$  и максимумы  $y = -2|a|$  при  $x = -|a|$  ( $a \neq 0$ ). Асимптоты  $y = x$  и  $x = 0$ . 1553. Семейство эллипсов при  $0 < a < +\infty$ ; семейство гипербол при  $-\infty < a < 0$ ; прямая  $y = x$  при  $a = 0$ . Все кривые семейств проходят через точки  $(-1, -1)$  и  $(1, 1)$ . При  $y \geq x$  имеем: 1) максимум  $y = \sqrt{1+a}$  при  $x = \frac{1}{\sqrt{1+a}}$ , если  $a > 0$ ; максимум  $y = -\sqrt{1+a}$  при  $x = -\frac{1}{\sqrt{1+a}}$ , если  $-1 < a < 0$ ; краевые минимумы  $y = \mp 1$  при  $x = \mp 1$  ( $a \neq 0$ ); 2) вогнутость вниз. При  $y \leq x$  имеем: 1) минимум  $y = -\sqrt{1+a}$  при  $x = -\frac{1}{\sqrt{1+a}}$ , если  $a > 0$ ; минимум  $y = \sqrt{1+a}$  при  $x = \frac{1}{\sqrt{1+a}}$ , если  $-1 < a < 0$ ; краевые максимумы  $y = \mp 1$  при  $x = \mp 1$ ; 2) вогнутость вверх. Асимптоты:  $y = (1 + \sqrt{-a})x$  и  $y = (1 - \sqrt{-a})x$  при  $a < 0$ . 1554. Семейство показательных кривых, если  $a \neq 0$ ; прямая  $y = 1 + \frac{x}{2}$ , если  $a = 0$ . Общая точка семейства  $(0, 1)$ . Минимумы  $y = \frac{1}{2a}(1 + \ln 2a)$  при  $x = \frac{1}{a} \ln 2a$ , если  $a > 0$ ;  $y$  монотонно возрастает, если  $a \leq 0$ . Асимптота  $y = \frac{x}{2}$ . 1555. Семейство кривых, проходящих через точку  $(0, 0)$  и имеющих в ней общее касание с прямой  $y = x$ . Максимум  $y = -ae^{-1} \approx 0,37a$  при  $x = a$ , если  $a > 0$ ; минимум  $y = ae^{-1}$  при  $x = a$ , если  $a < 0$ . Точка перегиба  $x = 2a$ ,  $y = 2ae^{-2} \approx 0,27a$ . Асимптота  $y = 0$ . 1558.  $\frac{a^{m+n} m^n n^m}{(m+n)^{m+n}}$ . 1559.  $(m+n) \times$

$$\times \left( \frac{a^{mn}}{m^m n^n} \right)^{\frac{1}{m+n}}. \quad 1560. \text{Основание системы логарифмов}$$

не должно превышать  $e^{1/e} \approx 1,445$ . 1561. Квадрат со стороной  $\sqrt{S}$ . 1562. Острые углы треугольника  $30^\circ$  и  $60^\circ$ . 1563. Высота

банки  $H = 2 \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$  равна диаметру ее основания; полная

поверхность  $P = \sqrt[3]{54\pi V^2}$ . 1564.  $\cos \Phi = \frac{\cos \alpha + \sqrt{\cos^2 \alpha + 8}}{4}$ ,

где  $2\alpha$  — дуга сегмента и  $2\Phi$  — дуга, стягиваемая стороной прямоугольника. 1565. Стороны прямоугольника  $a\sqrt{2}$  и  $b\sqrt{2}$ . 1566. Если  $h > b$ , то периметр  $P$  вписанного прямоугольника с основанием  $x$  и высотой  $y$  имеет краевой максимум при  $y = h$ ; если  $h < b$ , то  $P$  имеет краевой минимум при  $y = 0$ ; если  $h = b$ , то периметр  $P$  постоянен. 1567.  $b =$

$$= \frac{d}{\sqrt{3}}, \quad h = d \sqrt{\frac{2}{3}}. \quad 1568. \text{ Измерения параллелепипеда}$$

$$\frac{2R}{\sqrt{3}}, \quad \frac{2R}{\sqrt{3}} \text{ и } \frac{R}{\sqrt{3}}. \quad 1569. \frac{4\pi}{3\sqrt{3}} R^3. \quad 1570. \pi R^2 (1 +$$

$+ \sqrt{5}) \approx 81\%$  поверхности шара. 1571. Объем конуса равен удвоенному объему шара. 1572.  $\frac{2\pi}{9\sqrt{3}} l^3$ . 1573. Если  $\operatorname{tg} \alpha <$

$< \frac{1}{2}$ , то максимум полной поверхности цилиндра достигается

при  $r = \frac{R}{2(1 - \operatorname{tg} \alpha)}$ , где  $r$  — радиус основания цилиндра.

Если  $\operatorname{tg} \alpha \geq \frac{1}{2}$ , то при  $r = R$  имеем краевой максимум.

$$1574. \rho (\sqrt[3]{2} - 1) \sqrt[3]{\frac{2 + \sqrt[3]{2}}{2}}. \quad 1575. 1; 3. \quad 1576. \text{ Если } b \leq$$

$\leq \frac{a}{\sqrt{2}}$ , то максимум длины хорды  $MB = \frac{a^2}{c}$ , где  $c =$

$= \sqrt{a^2 - b^2}$  и точка  $M$  имеет координаты  $x$  и  $y$ , достигается

при  $x = \pm \frac{a^3}{c^2} \sqrt{a^2 - 2b^2}; \quad y = \frac{b^3}{c^2}$ ; если  $b > \frac{a}{\sqrt{2}}$ , то

краевой максимум длины хорды  $MB = 2b$  достигается при  $x = 0$ .

$y = b$ . 1577.  $x = \frac{a}{\sqrt{2}}, \quad y = \frac{b}{\sqrt{2}}$ ;  $ab$ . 1578. Минимум по-

верхности достигается при  $r = h = \sqrt[3]{\frac{3V}{5\pi}}$ , где  $r$  — радиус

основания цилиндра и  $h$  — его высота. 1579.  $\varphi = 60^\circ$ .

1580. Трапеция, описанная около окружности. Боковые сто-

$$\text{роны } AB = CD = a \sec^2 \frac{\alpha}{2}. \quad 1581. \alpha = 2\pi \sqrt{\frac{2}{3}} \approx \arcsin 294^\circ,$$

где  $\alpha$  — центральный угол оставшегося сектора. 1582.  $\varphi =$

$$= \arccos \frac{q}{p}, \text{ если } \arccos \frac{q}{p} \geq \operatorname{arctg} \frac{a}{b}; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{a}{b}, \text{ если}$$

$$\arccos \frac{q}{p} < \operatorname{arctg} \frac{a}{b}. \quad 1583. \frac{|av \mp bu| \sin \theta}{\sqrt{u^2 + v^2 - 2uv \cos \theta}}. \quad 1584. AM =$$

$$= a \left( 1 + \sqrt[3]{\frac{S_2}{S_1}} \right)^{-1}. \quad 1585. \text{Расстояние светящейся точки}$$

$$\text{от центра большего шара равно } x = \frac{a}{1 + \left( \frac{r}{R} \right)^{3/2}}, \text{ если } a \geq$$

$$\geq r + R \sqrt{\frac{R}{r}} \quad \text{и} \quad x = a - r, \quad \text{если} \quad r + R < a < r +$$

$$+ R \sqrt{\frac{R}{r}}, \text{ где } a \text{ — расстояние между центрами шаров.}$$

$$1586. \frac{a}{\sqrt{2}}. \quad 1587. (a^{2/3} + b^{2/3})^{3/2}. \quad 1588. v = \sqrt[3]{\frac{a}{2k}}, \text{ где}$$

$k$  — коэффициент пропорциональности. 1589.  $\operatorname{arctg} k$ . 1590. При

$$l \leq 4a \text{ угол наклона стержня определяется из формулы } \cos \alpha = \frac{l + \sqrt{l^2 + 128a^2}}{16a}; \text{ при } l > 4a \text{ положения равновесия нет;}$$

$$1591. k = -3; \quad b = 3; \quad y = 3(1 - x). \quad 1592. a = \frac{1}{2} e^{x_0}; \quad b =$$

$$= e^{x_0}(1 - x_0); \quad c = e^{x_0} \left( 1 - x_0 + \frac{x_0^2}{2} \right). \quad 1593. \text{a) Первый;}$$

$$\text{б) второй; в) второй.} \quad 1595. \text{a) } \sqrt{2}, \quad (2, 2);$$

$$\text{б) } 500\,000, \quad (150, 500\,000) \text{ (приближительно!).} \quad 1596. p(1 + \frac{2x}{p})^{3/2}.$$

$$1597. \frac{(a^2 - e^2 x^2)^{3/2}}{ab}, \quad \text{где } e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

— эксцентриситет эллипса. 1598.  $\frac{(e^2 x^2 - a^2)^{3/2}}{ab}$ , где

$$e = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} \text{ — эксцентриситет гиперболы.} \quad 1599. 3 |axy|^{1/3}.$$

1600.  $\frac{a^2}{b} (1 - e^2 \cos^2 t)^{3/2}$ , где  $e$  — эксцентриситет эллипса.
1601.  $2 \sqrt{2ay}$ . 1602.  $at$ . 1604.  $\frac{(r^2 + r'^2)^{3/2}}{|r^2 + 2r'^2 - rr''|}$ .
1605.  $\frac{(a^2 + r^2)^{3/2}}{2a^2 + r^2}$ . 1606.  $r \sqrt{1 + m^2}$ . 1607.  $\frac{2}{3} \sqrt{2ar}$ .
1608.  $\frac{a^2}{3r}$ . 1609.  $\left( \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{\ln 2}{2} \right)$ . 1610.  $x_0 \approx 680$  м.
1611. Полукубическая парабола  $27p\eta^2 = 8(\xi - p)^3$ .
1612. Астроида  $(a\xi)^{2/3} + (b\eta)^{2/3} = c^{4/3}$ , где  $c^2 = a^2 - b^2$ .
1613. Астроида  $(\xi + \eta)^{2/3} + (\xi - \eta)^{2/3} = 2a^{2/3}$ . 1614. Цепная линия  $\eta = a \operatorname{ch} \frac{\xi}{a}$ . 1615. Логарифмическая спираль  $\rho = ma e^{m(\psi - \pi/2)}$ .
1616.  $\xi = \pi a + a(\tau - \sin \tau)$ ;  $\eta = -2a + a(1 - \cos \tau)$ , где  $\tau = t - \pi$ . 1617.  $x_1 = -2,602$ ;  $x_2 = 0,340$ ;  $x_3 = 2,262$ . 1618.  $x_1 = -0,724$ ;  $x_2 = 1,221$ . 1619.  $x = 2,087 = \operatorname{arc} 119^\circ 35'$ . 1620.  $\pm 0,824$ . 1621.  $x_1 = 0,472$ ;  $x_2 = 9,999$ . 1622.  $x_1 = 2,5062$ . 1623.  $x_1 = 4,730$ ;  $x_2 = 7,853$ . 1624.  $x = -0,56715$ . 1625.  $x = \pm 1,199678$ . 1626.  $x_1 = 4,493$ ;  $x_2 = 7,725$ ;  $x_3 = 10,904$ . 1627.  $x_1 = 2,081$ ;  $x_2 = 5,940$ .

## О Т Д Е Л III

В ответах этого отдела ради краткости произвольная аддитивная постоянная  $C$  опущена.

1628.  $27x - 9x^3 + \frac{9}{5}x^6 - \frac{1}{7}x^7$ . 1629.  $\frac{625}{3}x^3 - 125x^4 + \frac{1}{3}x^5 - \frac{10}{3}x^6 + \frac{1}{7}x^7$ . 1630.  $x - 3x^2 + \frac{11}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^4$ .
1631.  $x - \frac{1}{x} - 2 \ln |x|$ . 1632.  $a \ln |x| - \frac{a^2}{x} - \frac{a^3}{2x^2}$ .
1633.  $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 2\sqrt{x}$ . 1634.  $\frac{4}{5}x\sqrt[4]{x} - \frac{24}{17}x\sqrt[12]{x^5} + \frac{4}{3}\sqrt[4]{x^3}$ .
1635.  $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}} \left( 1 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{5}x^2 + \frac{1}{8}x^3 \right)$ .
1636.  $\frac{4(x^2 + 7)}{7\sqrt[4]{x}}$ . 1637.  $2x - \frac{12}{5}\sqrt[6]{72x^5} + \frac{3}{2}\sqrt[3]{9x^2}$ .
1638.  $\ln |x| - \frac{1}{4x^4}$ . 1639.  $x - \operatorname{arctg} x$ . 1640.  $-x + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$ .
1641.  $x + 2 \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$ .